

# KOMPENZACIJA

**Kompenzacijom se podešavaju frekventne karakteristike kružnog pojačanja pojačavača sa povratnom spregom u cilju obezbedenja:**

- stabilnosti pojačavača sa negativnom povratnom spregom (sprečavanje oscilovanja)
- željenog oblika karakteristika pojačanja sa povratnom spregom

**Kompenzacija se u osnovi svodi na podešavanje fazne (a time i amplitudske) marge kružnog pojačanja. Može da se vrši u kolu pojačavača ili u kolu povratne sprege (npr. ukoliko je pojačavač integrisan i nema priključke za kompenzaciju, a FM je nedovoljna zbog velikog kapacitivnog opterećenja).**

$$A_r = A_\infty \frac{A_p}{1+A_p} + \frac{A_d}{1+A_p}$$

**Kada je zavisni generator pojačavača skoro idealan (kao kod OP),  $A_d \approx 0 \rightarrow$**

$$A_r \approx A_\infty \frac{A_p}{1+A_p}$$

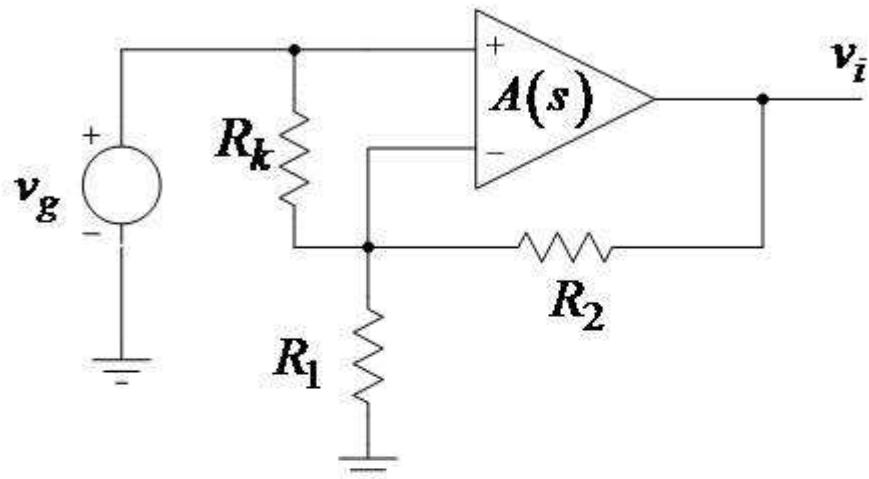
**Kompenzacijom se podešava  $A_p$ , a  $A_\infty$  bi trebalo da ostane nepromenjeno. Stoga se kompenzacioni elementi u kolu povratne sprege obično priključuju između ulaznih priključaka pojačavača, da ne bi uticali na  $A_\infty$ . Priključivanjem kompenzacionih elemenata između ulaznih priključaka ne može da se realizuje diferencijalna kompenzacija. Međutim, diferencijalna kompenzacija se realizuje na visokim učestanostima, blizu  $\omega_c$  (na tim učestanostima je  $A_p$  malo, pa ne važi  $A_r \approx A_\infty$ , a tu je i granica propusnog opsega  $A_r$  ).**

# 1. Kompenzacija u kolu povratne sprege

## 1.1 Kompenzacija atenuatorom

$$\beta A_k(j\omega) = \alpha \cdot \beta A(j\omega)$$

$$\alpha = \text{const}, \quad \alpha < 1$$

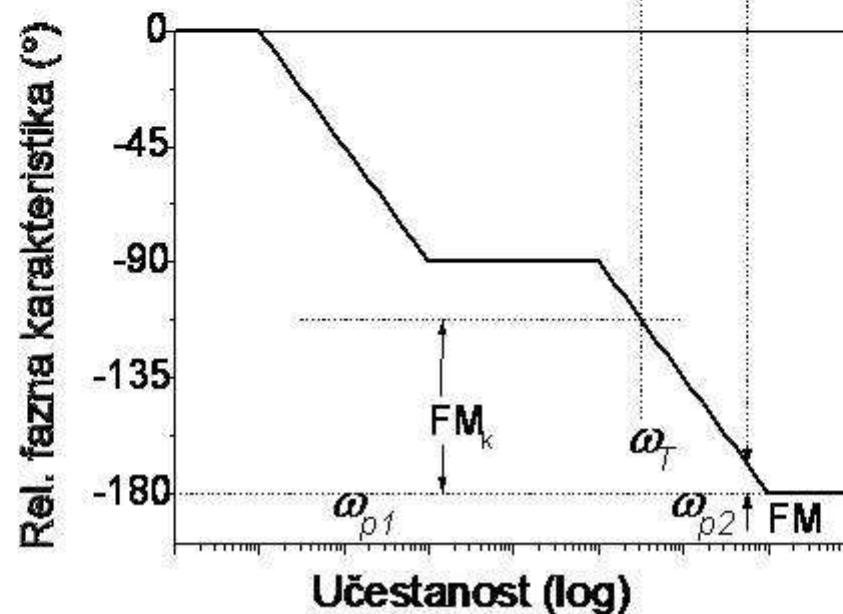
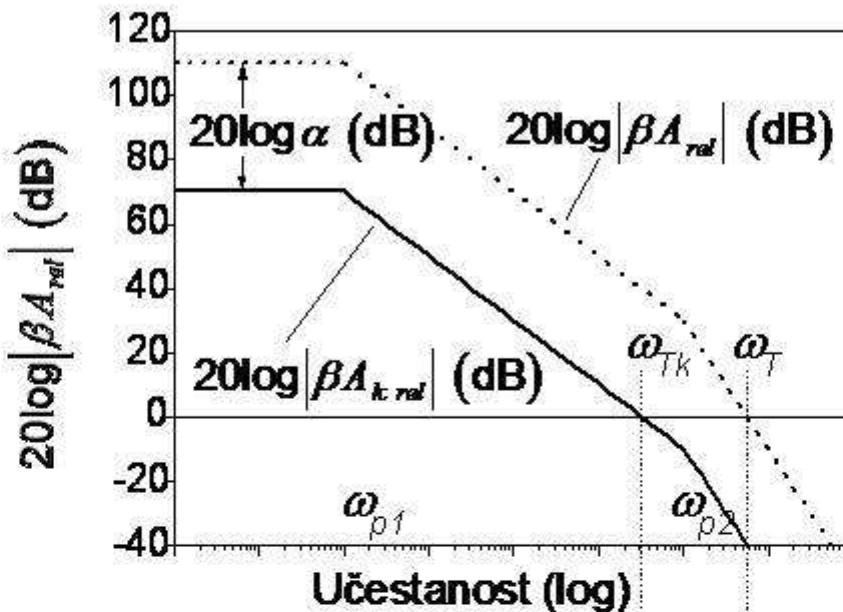


→ Polovi se ne menjaju, pa je fazna karakteristika nepromenjena, a amplitudska se translira naniže

$$20 \log |\beta A_k(j\omega)| = 20 \log |\beta A(j\omega)| + \underbrace{20 \log \alpha}_{<0} \Rightarrow \omega_{Tk} < \omega_T \Rightarrow \text{FM}_k > \text{FM}$$

Loše osobine:

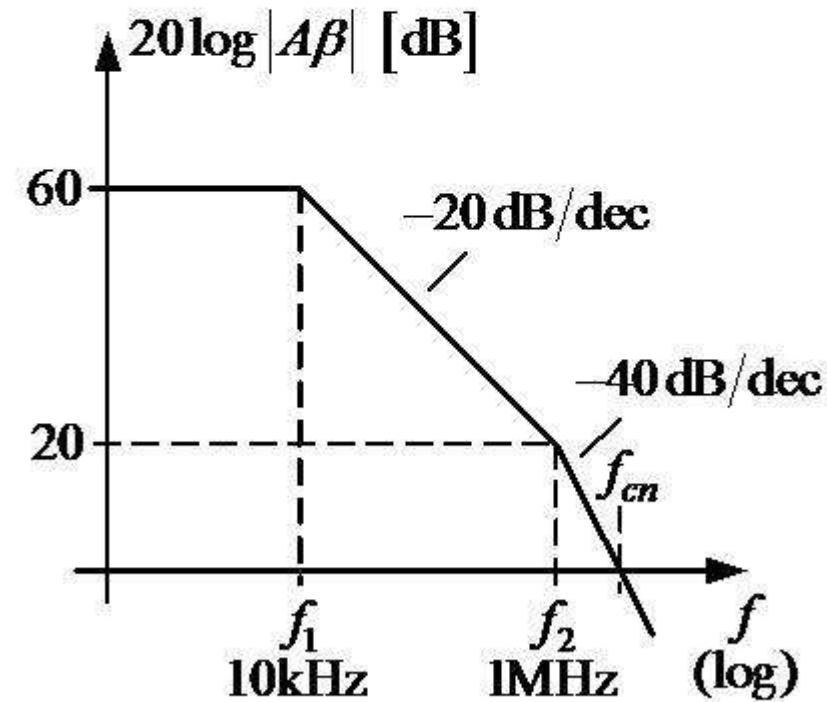
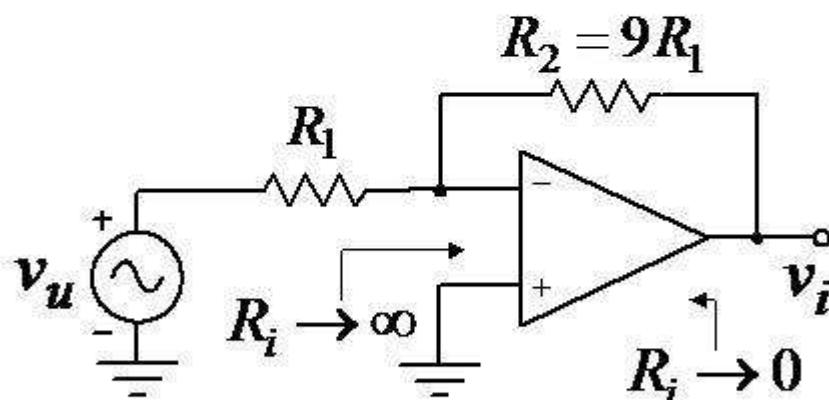
- manje kružno pojačanje na niskim učestanostima
- uži propusni opseg pojačavača ( $\omega_{Tk} < \omega_T$ )



### Primer:

Za operacioni pojačavač (OP) na slici 1 amplitudska karakteristika kružnog pojačanja prikazana je na slici 2.

- Odrediti kolika je fazna margina pojačavača i da li je pojačavač stabilan.
- Ako je  $R_1 = 10\text{k}$  odrediti vrednost kompenzacionog otpornika  $R_k$  koji treba vezati između + i – priključka OP da bi FM kompenzovanog pojačavača bila  $45^\circ$ ? Kolika je učestanost jediničnog kružnog pojačanja?



Sl. 1.

Sl. 2.

a) Učestanost jediničnog kružnog pojačanja bez kompenzacije je  $f_{cn}$ .

$$A(s) = \frac{K}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}$$

$$20\log|A\beta(j\omega_{cn})|=0$$

$$60 - 20\log\sqrt{\left(1 + f_{cn}^2/f_1^2\right)\left(1 + f_{cn}^2/f_2^2\right)} = 0$$

$$6 = \log\left[1 + f_{cn}^2\left(\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}\right) + \frac{f_{cn}^4}{f_1^2 f_2^2}\right] \Rightarrow 10^6 = 1 + f_{cn}^2 \cdot 10^{-8} + f_{cn}^4 \cdot 10^{-20} \Rightarrow f_{cn} = 3,16 \text{ MHz}$$

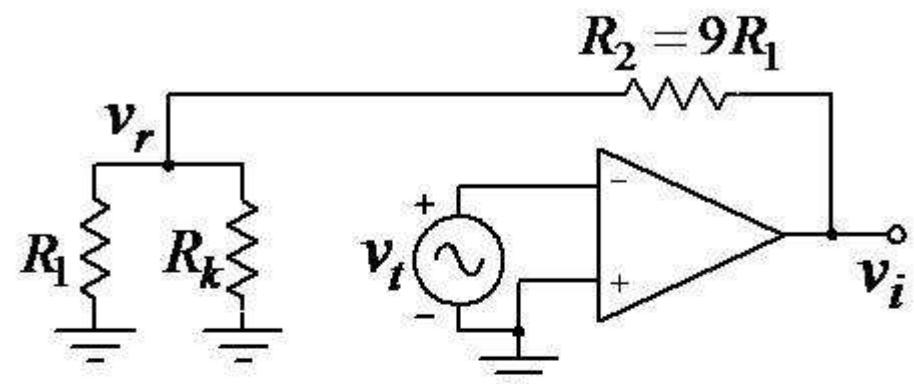
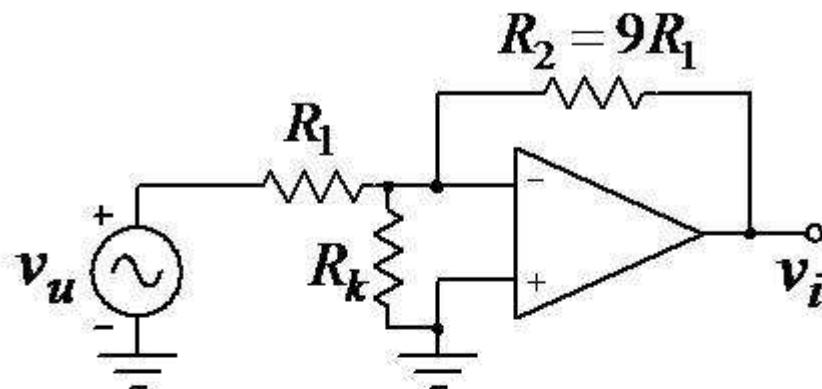
Drugi način (grafički, sa slike):  $20\text{dB} = 40 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} \cdot \log \frac{f_{cn}}{f_2} \Rightarrow f_{cn} = \sqrt{10} f_2 = 3,16 f_2$

$$\text{FM} = 180^\circ + \varphi_r[A\beta(j\omega_{cn})] = 180^\circ + \arctan K - \arctan \frac{f_{cn}}{f_1} - \arctan \frac{f_{cn}}{f_2}$$

$$\text{FM} = 180^\circ + 0 - \arctan \frac{3,16 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^4} - \arctan 3,16$$

$$\text{FM} = 180^\circ - 89,8^\circ - 72,44^\circ = 17,7^\circ > 0 \Rightarrow \text{pojačavač je stabilan}$$

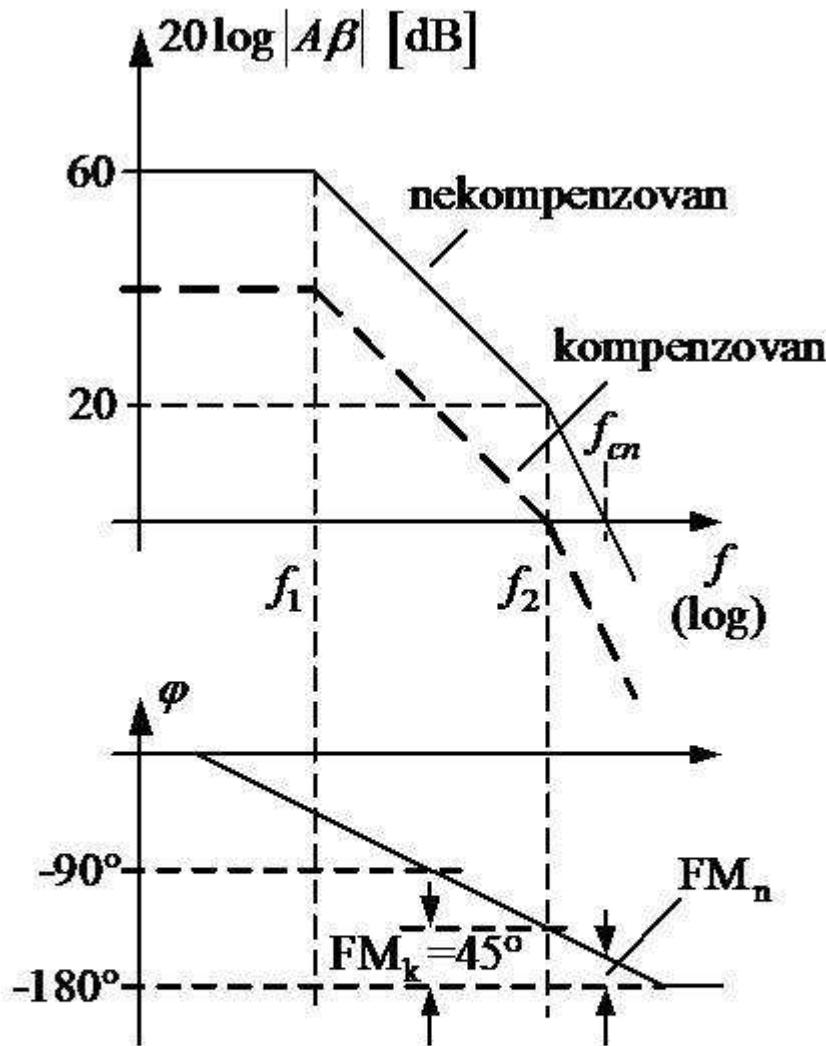
b) Kompenzacijom treba da se poveća FM.



$$(\beta A)_k = \frac{v_r}{v_t} = -A(s) \cdot \frac{R_1 \parallel R_k}{R_2 + R_1 \parallel R_k} = -A(s) \cdot \frac{R_1 R_k}{R_2(R_1 + R_k) + R_1 R_k} = -A(s) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_k}{R_k + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$(\beta A)_k = (\beta A)_n \cdot \alpha \quad \alpha = \frac{R_k}{R_k + R_1 \parallel R_2} < 1 \quad \leftarrow \text{atenuator}$$

Ovakvom kompenzacijom se smanjuje kružno pojačanje, dok se položaj singulariteta  $A\beta$  ne menja  $\Rightarrow$  Amplitudska karakteristika se spušta za  $20\log\alpha$  i jedinična učestanost se približava koordinatnom početku, čime se povećava fazna mrgina.



Da bi bilo  $FM = 45^\circ$  treba pomeriti  $f_c$  na učestanost  $f_2$  tj. spustiti amplitudsku karakteristiku za 20 dB.

$$20 \log \frac{R_k}{R_k + R_1 \parallel R_2} = -20 \text{ dB}$$

$$R_k + R_1 \parallel R_2 = 10 R_k$$

$$\frac{R_1 \cdot 9 R_1}{10 R_1} = 9 R_k \quad R_k = \frac{R_1}{10} = 1 \text{k}\Omega$$

Jedinična učestanost kružnog pojačanja je  $f_{ck} = f_2 = 1 \text{ MHz}$ .

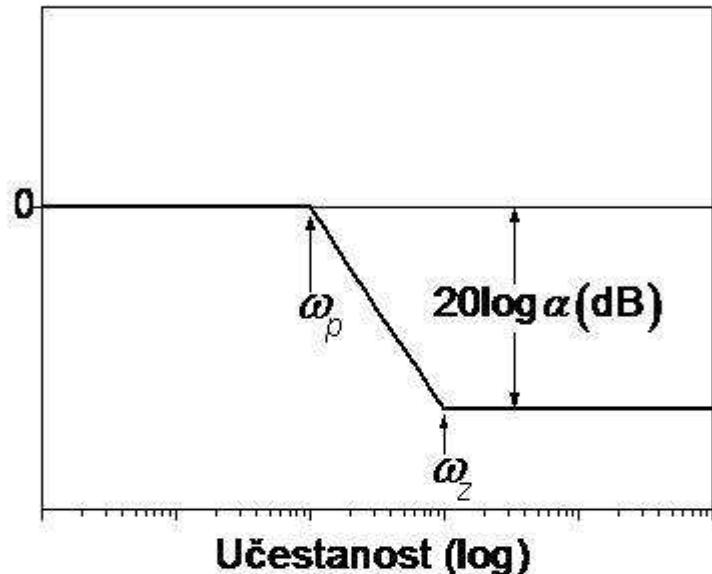
**Prednosti:**

- lako se izvodi
- povećava se FM

**Nedostaci:**

- smanjuje se  $A_0 \beta_0$
- smanjuje se  $f_c$ .
- povećava se nivo šuma na ulazu OP i ulazni offset napon

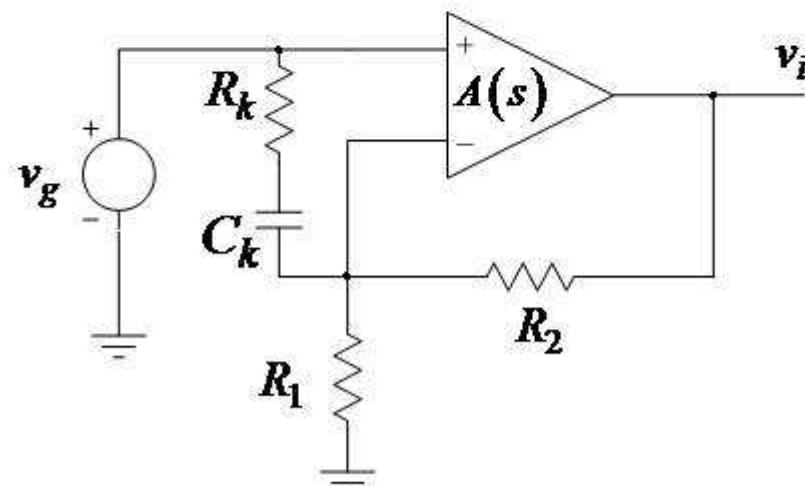
## 1.2 Integralna kompenzacija



$$\beta A_k(s) = \beta A(s) \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{zk}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pk}}}$$

$$\omega_{pk} < \omega_{zk}$$

- uvode se nula  $\omega_{zk}$  i pol  $\omega_{pk}$  kompenzatora ali je  $\omega_{pk} < \omega_{zk}$  (integrator)



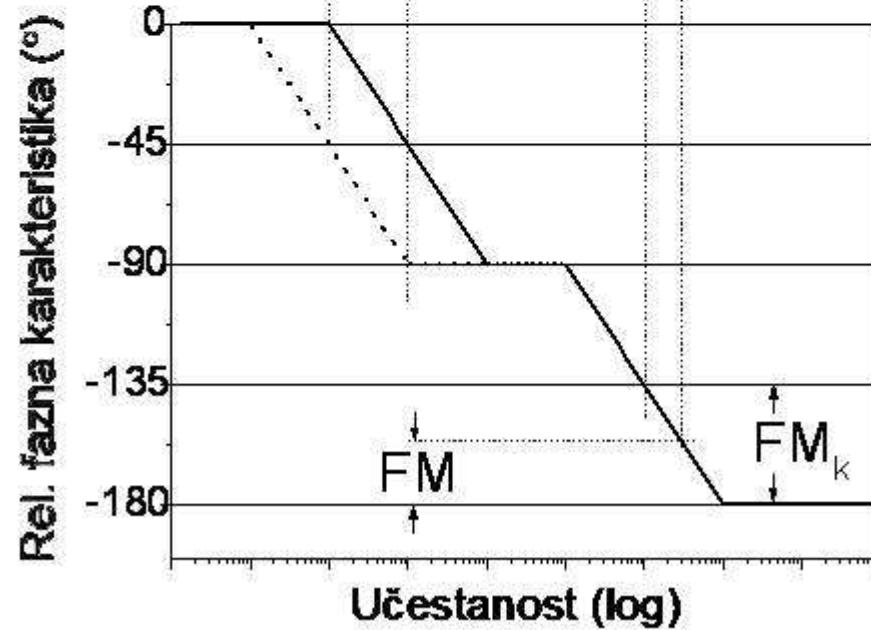
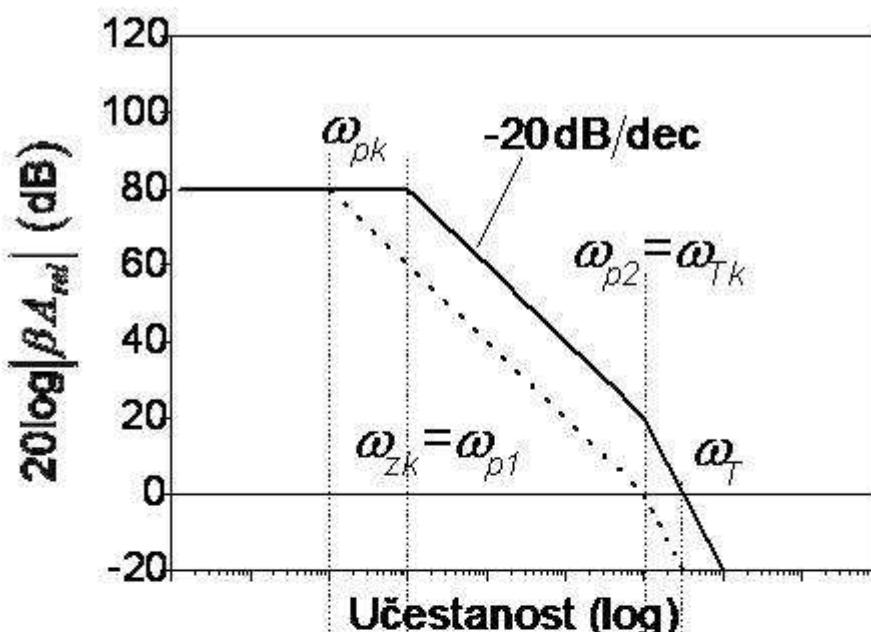
- Ideja je da se poništi  $\omega_{p1}$  nulom kompenzacionog kola, tako da  $\omega_{pk}$  postaje prvi pol pojačavača.

$\omega_{zk} = \omega_{p1}$   
 $\omega_{pk}, \omega_{p2} \Rightarrow \text{FM}$

} može nezavisno da se podeši  $R_k, C_k$

- Fazna karakteristika se ne menja u okolini drugog pola, a  $\omega_n < \omega_T \Rightarrow \text{FM}_k > \text{FM}$ .

- Kružno pojačanje na  $f \rightarrow 0$  se ne menja, ali je propusni opseg znatno uži  $\Rightarrow$  smanjuje se već za male učestanosti (umanjuju se efekti NPS).



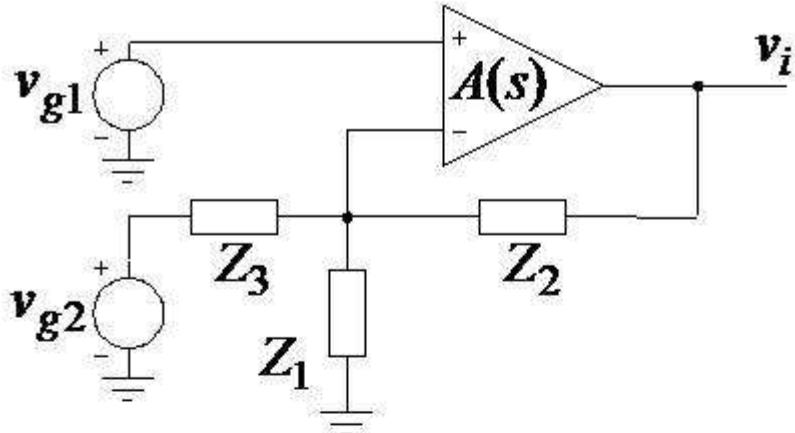
Kada važi Black-ov model:

$$A_r(s) = \frac{A(s)}{1 - \beta A(s)} = \frac{\frac{P_A(s)}{Q_A(s)}}{1 - \frac{P_\beta(s)}{Q_\beta(s)} \cdot \frac{P_A(s)}{Q_A(s)}} = \frac{P_A(s) Q_\beta(s)}{Q_\beta(s) Q_A(s) - P_\beta(s) P_A(s)}$$

polovi  $\beta$  kola su  
nule pojačanja sa  
povratnom spregom

$\downarrow$   
 $P_A(s) Q_\beta(s)$   
 $\uparrow$   
nule  $\beta$  kola su krajevi grana  
geometrijskog mesta polova  
pojačanja sa povratnom  
spregom ("fantom nule")

Ako je kompenzacija u  $\beta$  kolu integralna, kompenzaciona nula i pol su na niskim učestanostima, pa bitno utiču na  $A_r(s)$  na niskim učestanostima. Ovaj uticaj se približno neutrališe vezivanjem kompenzacionog kola između ulaznih priključaka pojačavača  $A(s)$ , pošto tada ovo kolo ne utiče na  $A_\infty$  tj. na vrednost  $A_r(s)$  pri beskonačnom pojačanju pojačavača. Ovo se može posmatrati i preko izmenjene vrednosti pobudnog signala na oba ulaza pojačavača, tj. superpozicijom →



$$V_i(s) = \frac{A(s)}{1 + \frac{Z_1 \parallel Z_3}{Z_2 + Z_1 \parallel Z_3} \cdot A(s)}.$$

$$\left( V_{g1}(s) - \frac{Z_1 \parallel Z_2}{Z_3 + Z_1 \parallel Z_2} \cdot V_{g2}(s) \right)$$

$$V_{g1}(s) = V_{g2}(s) = V_g(s):$$

$$A_r(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_1 \parallel Z_2} \cdot \frac{A(s)}{1 + \frac{Z_1 \parallel Z_3}{Z_2 + Z_1 \parallel Z_3} \cdot A(s)}$$

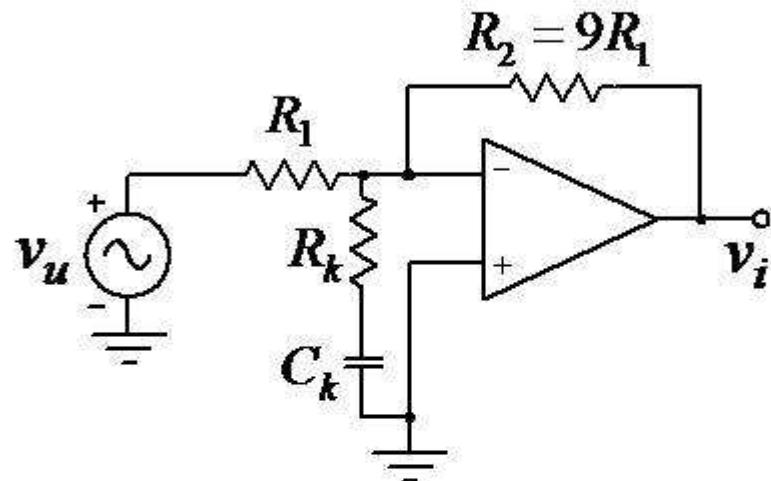
$$Z_1 = R_1; Z_2 = R_2; Z_3 = R_k + \frac{1}{sC_k} = \frac{1 + sC_k R_k}{sC_k};$$

$$A_r(s) = \frac{1}{\frac{R_1}{R_1 + R_2}} \cdot \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1 + sC_k R_k}{1 + sC_k (R_k + R_1 \parallel R_2)} \cdot A(s)}{1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(1 + sC_k R_k) \cdot A(s)}{1 + sC_k (R_k + R_1 \parallel R_2)}}$$

rezultat je kao da su kompenzacioni pol i nula u kolu pojačavača, uz isto β kao u nekompenzovanom kolu  
←

## Primer:

Za pojačavač iz prethodnog zadatka odrediti elemente serijskog integralnog kompenzatora tako da FM bude  $45^\circ$ .



**Dominantan pol kompenzovanog pojačavača postavlja se na niže učestanosti čime se smanjuje  $f_c$ , a faza se na višim učestanostima ne menja, tj. fazna margin raste.**

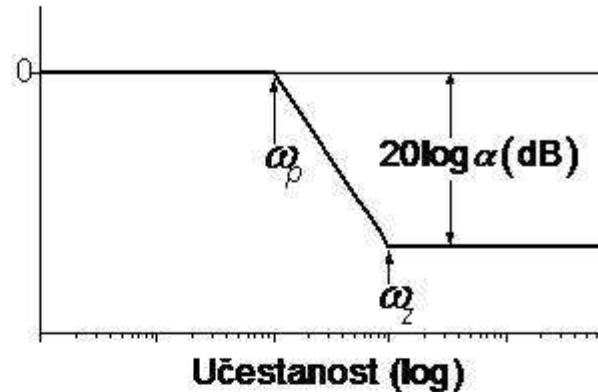
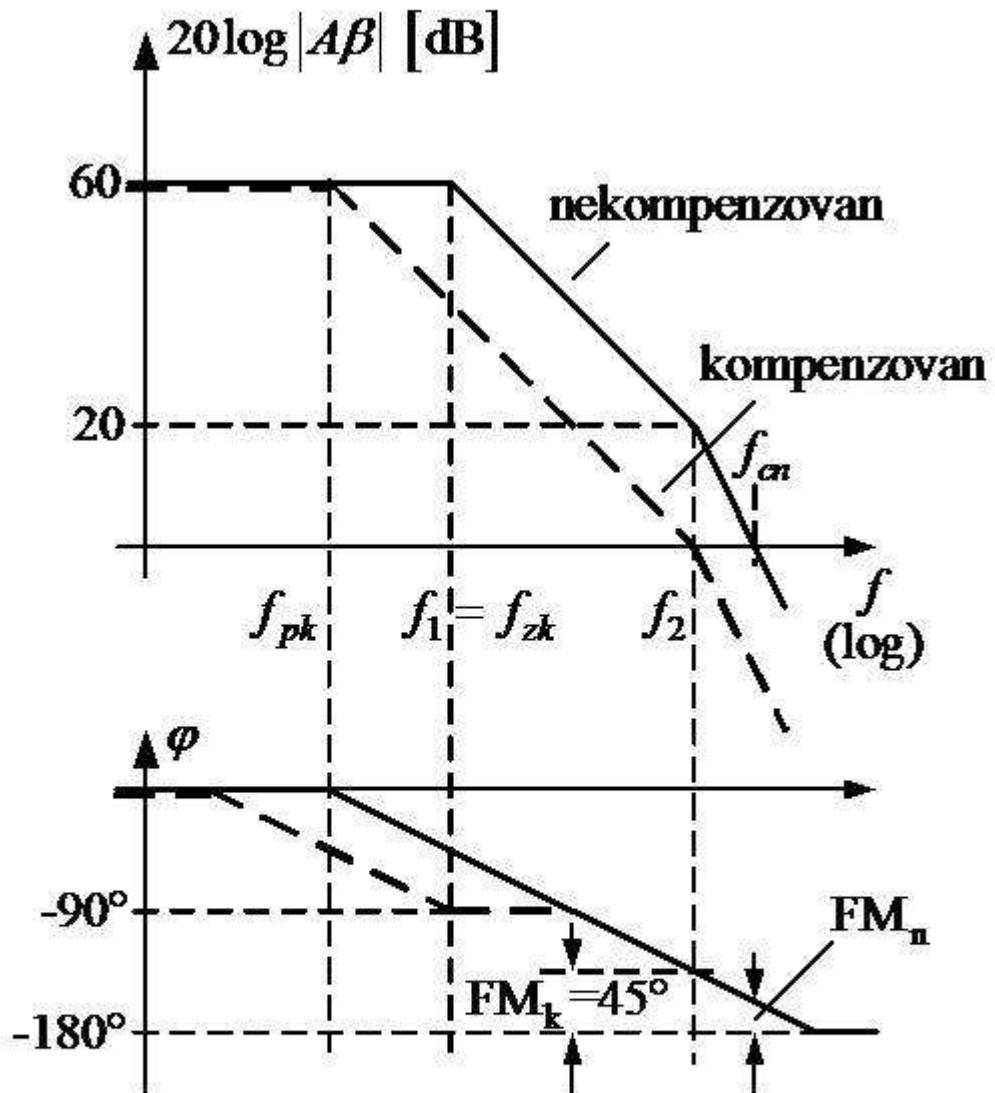
zamenom u izrazu u prvom zadatku:

$$R_k \rightarrow R_k + \frac{1}{sC_k}$$

$$(\beta A)_k = -A(s) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_k + \frac{1}{sC_k}}{R_k + \frac{1}{sC_k} + R_1 \parallel R_2}$$

$$(\beta A)_k = (\beta A)_n \cdot \frac{1 + sC_k R_k}{1 + sC_k (R_k + R_1 \parallel R_2)} = (\beta A)_n \cdot \frac{1 + s/\omega_{zk}}{1 + s/\omega_{pk}}$$

$$\omega_{zk} = \frac{1}{C_k R_k}; \quad \omega_{pk} = \frac{1}{C_k (R_k + R_1 \parallel R_2)} \quad \omega_{zk} > \omega_{pk}$$



Da bi se postigla  $FM = 45^\circ$  treba podesiti  $f_{ck} = f_2$ , što se može postići poklapanjem  $f_{zk} = f_1$  i postavljanjem  $f_{pk} < f_1$  (karakteristika je istog oblika samo ima prvi pol na nižim učestanostima)

Fazna karakteristika se ne menja na visokim učestanostima jer su  $f_{pk}$  i  $f_{zk}$  na niskim učestanostima.

$$(1) \quad \omega_{zk} = \frac{1}{C_k R_k} = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 10^4$$

$$(2) \quad 60 - 20 \log \frac{f_2}{f_{pk}} = 0 \Rightarrow f_2 = 10^3 f_{pk} \Rightarrow f_{pk} = 10^3 = \frac{1}{2\pi C_k (R_k + R_l \parallel R_2)}$$

$$2\pi \cdot 10^3 \left( \frac{1}{2\pi \cdot 10^4} + C_k \frac{9R_1^2}{10R_1} \right) = 1 \Rightarrow C_k = \frac{\cancel{9}}{\cancel{10}} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 10^3} = 16 \text{nF}$$

Iz (1):  $R_k = 1 \text{k}\Omega$

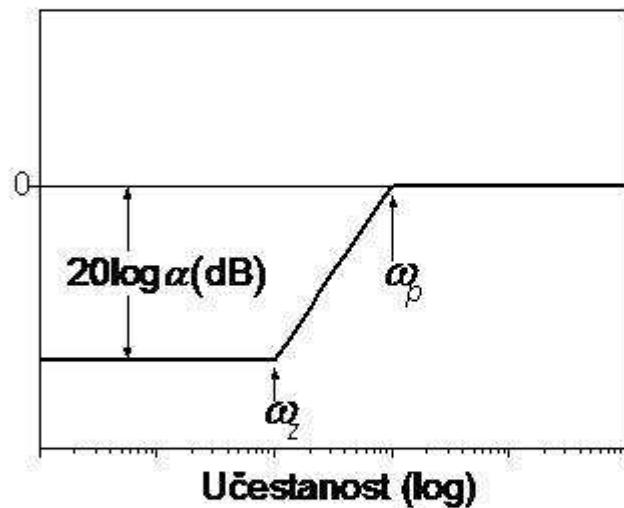
Prednost: - ne menja se pojačanje na niskim učestanostima

Nedostaci: - smanjuje se  $f_c$

- vremenski odziv se sporo smiruje

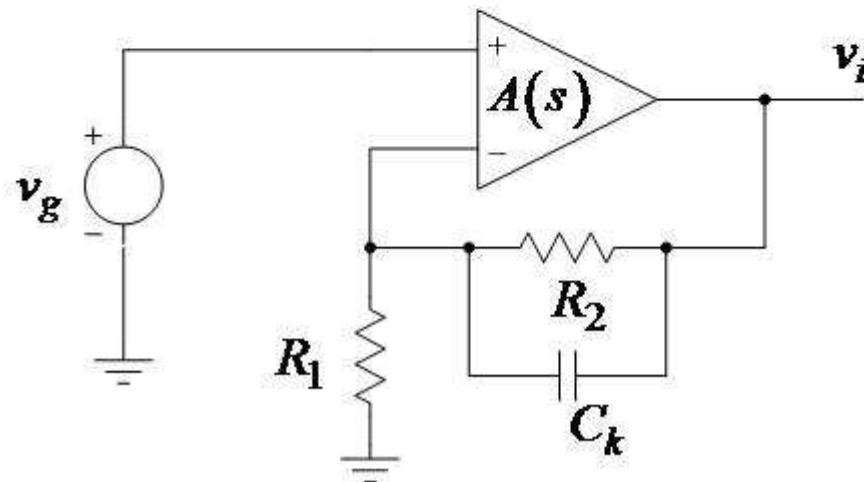
### 1.3 Diferencijalna kompenzacija

uvodi se kompenzaciono kolo sa nulom  $\omega_{zk}$  i polom  $\omega_{pk}$ , uz  $\omega_{zk} < \omega_{pk}$



← amplitudskakarakteristika  
kompenzacionog kola  
(kao diferencijator)

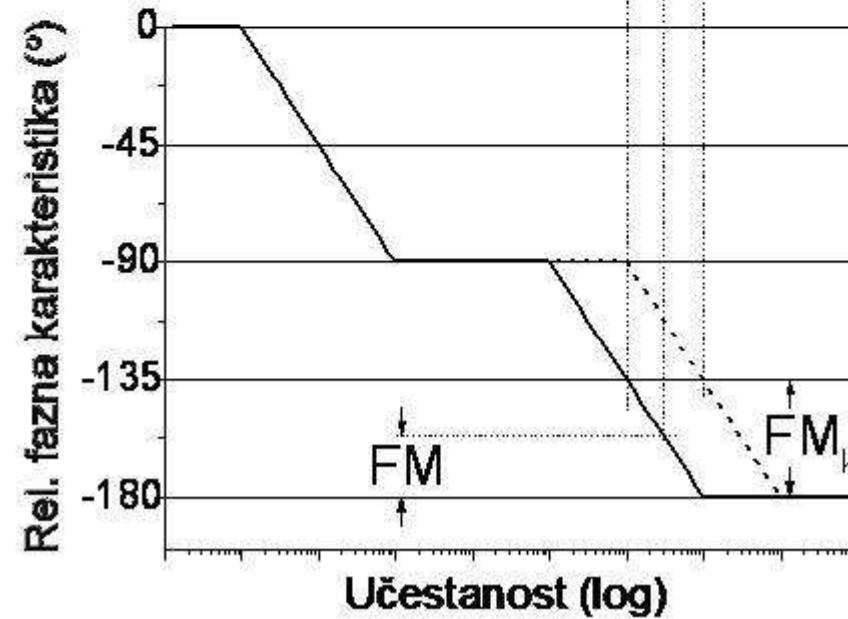
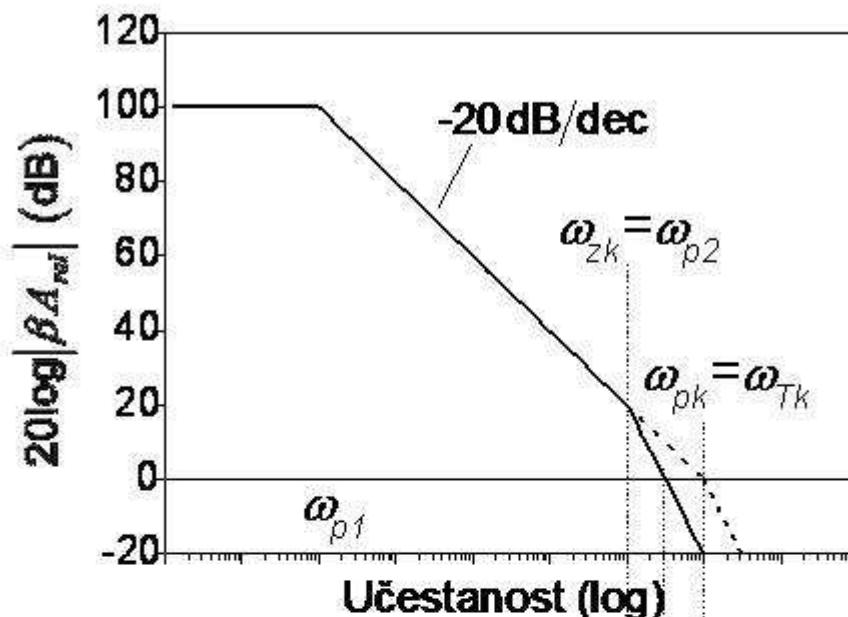
Kompenzaciono kolo koristi  
razdelnik kola povratne sprege, da  
se ne bi promenilo  $A_r(0)$  →



$$\beta A_k(s) = -\frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{1+sR_2C_k}} \cdot A(s)$$

$$\beta A_k(s) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A(s) \frac{1+sR_2C_k}{1+s(R_1 \parallel R_2)C_k}$$

$$\omega_{zk} = \frac{1}{R_2 C_k} < \omega_{pk} = \frac{1}{(R_1 \parallel R_2) C_k}$$



Ideja je da se poništi  $\omega_{p2}$  nulom kompenzacionog kola, tako da  $\omega_{pk}$  postaje drugi pol kružnog pojačanja

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{zk} = \omega_{p2} \\ \text{polozaj } \omega_{pk} \text{ određuje } FM_k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{problem je što se iz prvog} \\ \text{uslova odredi } C_k, \text{ a time je} \\ \text{određena i učestanost } \omega_{pk} \end{array}$$

$$\left. \frac{\omega_{pk}}{\omega_{zk}} = \frac{R_2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{|\beta|} \right\} \begin{array}{l} \text{odnos } \omega_{zk} \text{ i } \omega_{pk} \\ \text{ne može da se bira} \end{array}$$

Ako je  $\omega_{p2}$  znatno manje od  $\omega_c$ , željena vrednost FM može da se postigne uz  $\omega_{zk} \neq \omega_{p2}$   
 Dodatni stepen slobode može da se dobije ako se (paralelno otporniku  $R_2$ ) umesto  $C_k$  priključi redna veza  $C_k$  i  $R_k$ . Tada je  $|\omega_{pk}/\omega_{zk}| < 1/|\beta|$

Dobre osobine: - kružno pojačanje na niskim učestanostima se ne menja

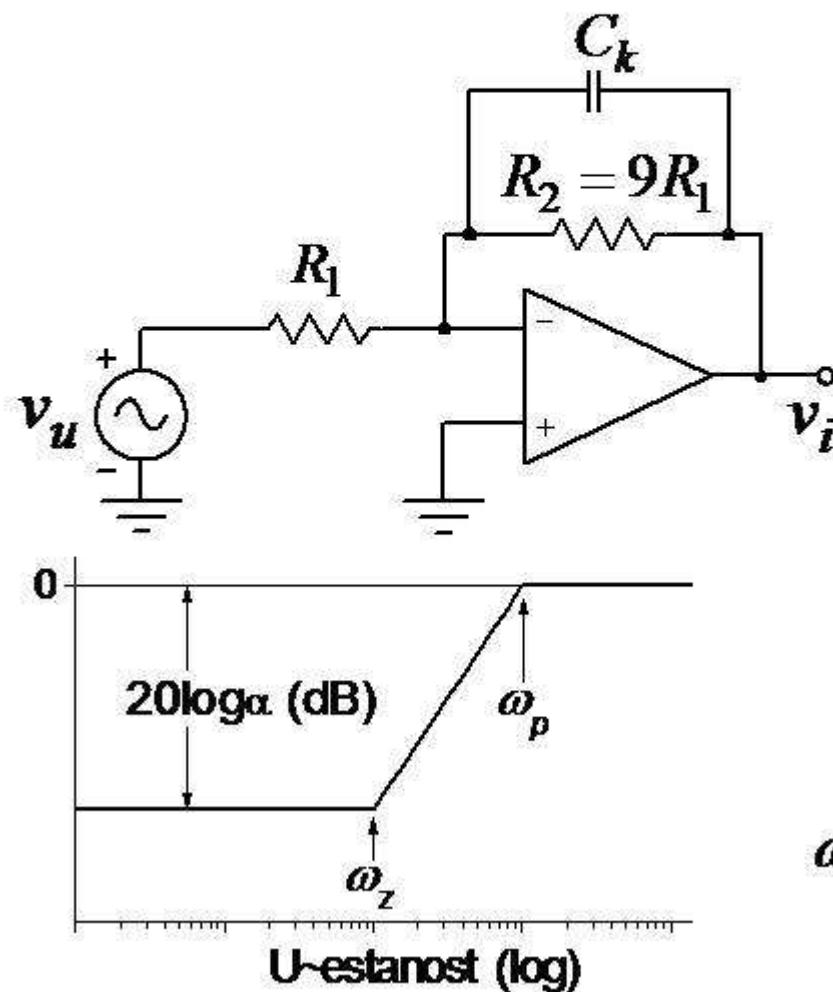
$$-\omega_{Tk} > \omega_T$$

Loše: učestanost pola  $A_\infty$  se poklapa sa  $\omega_{zk}$ , što utiče na graničnu učestanost sa NPS

$$A_\infty = 1 + \frac{R_2}{R_1(1 + sR_2C_k)} \leftarrow \text{ima pol u } -1/R_2C_k$$

## Primer:

Za pojačavač iz prethodnog primera odrediti vrednost kondenzatora  $C_k$  u serijskom diferencijalnom kompenzatoru tako da FM kompenzovanog kružnog pojačanja bude  $45^\circ$ .



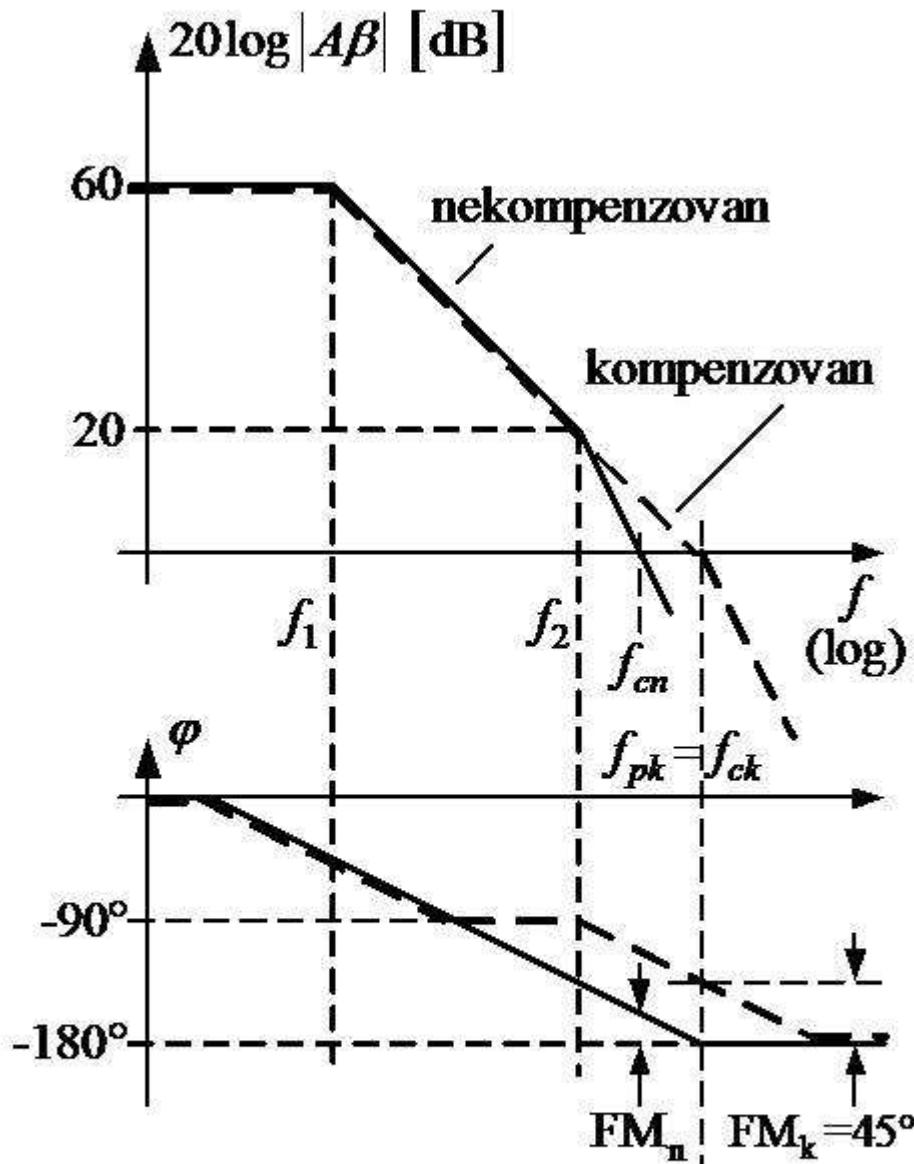
$$(\beta A)_k = -A(s) \cdot \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{1+sC_k R_2}}$$

$$(\beta A)_k = -A(s) \cdot \frac{R_1(1+sC_k R_2)}{R_1 + R_2 + sC_k R_1 R_2}$$

$$(\beta A)_k = -A(s) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1+sC_k R_2}{1+sC_k(R_1 \parallel R_2)}$$

$$(\beta A)_k = (\beta A)_n \cdot \frac{1+s/\omega_{zk}}{1+s/\omega_{pk}}$$

$$\omega_{zk} = \frac{1}{C_k R_2}; \quad \omega_{pk} = \frac{1}{C_k (R_1 \parallel R_2)} \quad \omega_{zk} < \omega_{pk}$$



Nagib amplitudske karakteristike u okolini drugog pola se smanjuje (po apsolutnoj vrednosti) "pomeranjem" drugog pola ka višim učestanostima, čime se povećava  $f_c$  a fazna karakteristika se pomera udesno.

Da bi se postigla  $FM = 45^\circ$  treba podešiti  $f_{ck} = f_{pk} > f_2$ , a uticaj  $f_2$  treba poništiti nulom  $f_{zk}$ .

$$f_{zk} = \frac{1}{2\pi C_k R_2} = f_2 = 1\text{MHz} \Rightarrow C_k = \frac{1}{2\pi f_2 R_2} = 1,8\text{pF} \Rightarrow f_{pk} = 10\text{MHz}$$

$$f_{ck} = f_{pk} \quad 60 - 20 \log \frac{f_{ck}}{f_1} = 0 \Rightarrow f_{ck} = 10^3 f_1 = 10\text{MHz}$$

Prednosti:

- ne menja se  $(\beta A)_k$  u njegovom propusnom opsegu
- povećava se  $f_c$

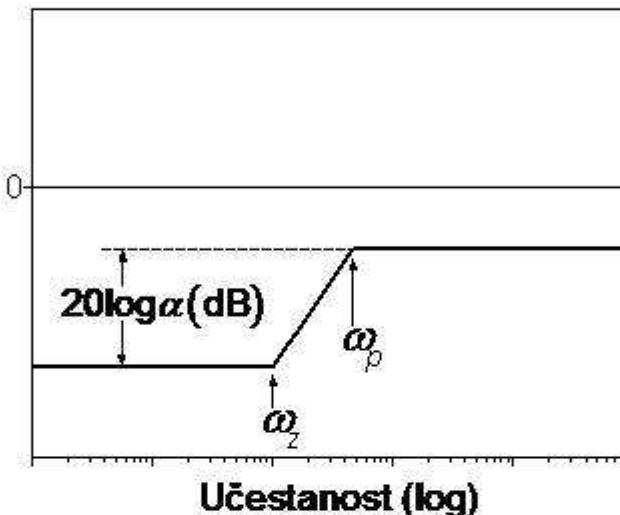
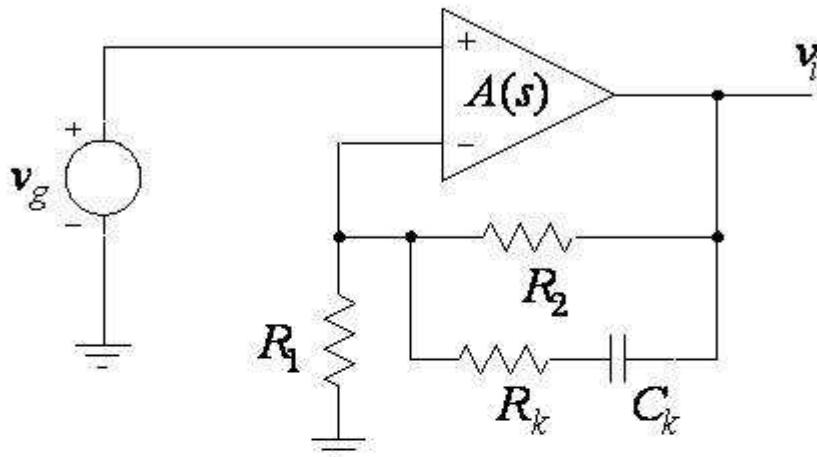
Nedostaci:

- postoji samo jedan stepen slobode ( $C_k$ )

$$\frac{f_{zk}}{f_{pk}} = \frac{\frac{1}{2\pi C_k R_2}}{\frac{1}{2\pi C_k (R_1 \parallel R_2)}} = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{1}{R_2}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- primenljiva je samo u sistemima gde je  $R_2$  dovoljno veliko u odnosu na  $R_1$  ( $\sim 10x$ ) tj.  $f_{pk} \gg f_{zk}$  (npr. neupotrebljiva je kod jediničnog pojačavača)

U slučaju da je potrebno zadovoljiti uslov  $\frac{R_1}{R_1 + R_2} < \frac{f_{zk}}{f_{pk}} < 1$ , dodatni stepen slobode može se ostvariti uključivanjem  $R_k$  redno sa  $C_k$ :



Uместо uključivanja  $R_k$  može se zadržati odnos  $\frac{f_{zk}}{f_{pk}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  i postići potrebna vrednost FM ako se odustane od poništavanja višeg pola kompenzacionom nulom →

