

AKTIVNI RC FILTRI

REALIZACIJA FUNKCIJE PRENOSA AKTIVNOG FILTRA

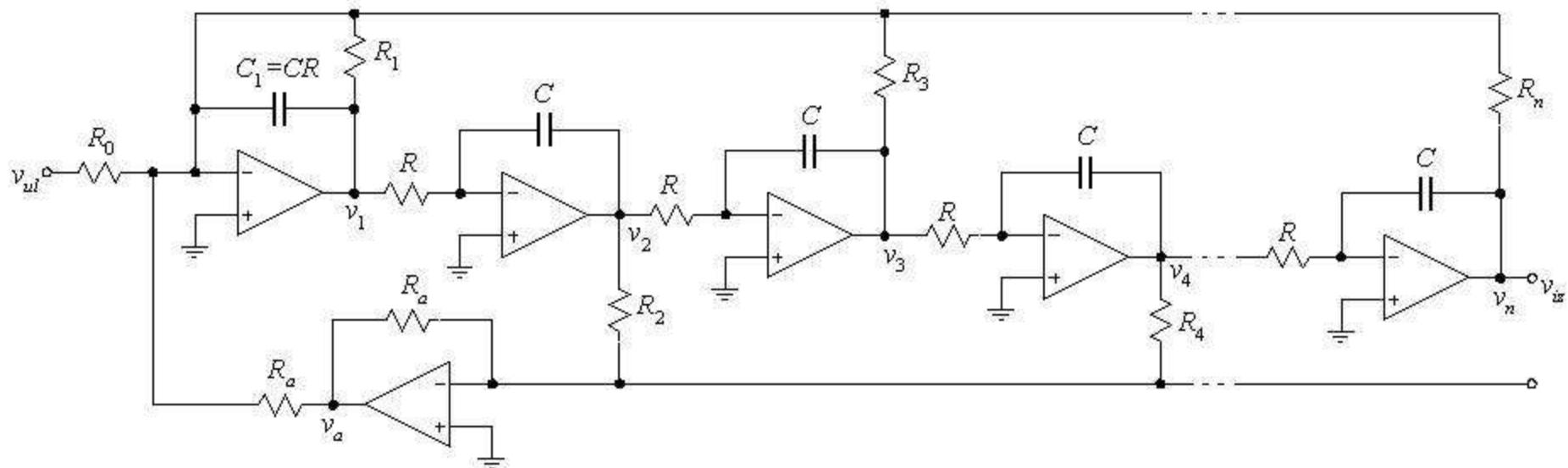
1. direktna realizacija

- 1.1 - tehnika promenljivih stanja
- 1.2 - simulacija induktivnosti
- 1.3 - frekventno zavisna negativna otpornost (FDNR)
- 1.4 – funkcionalna simulacija leštvičastih mreža

2. kaskadna realizacija

1. DIREKTNA REALIZACIJA

1.1 Tehnika promenljivih stanja



$$V_k = (-1)^k sCR V_{k+1} = (-1)^{n-k} (sCR)^{n-k} V_n \quad k=1,2,\dots,n-1$$

$$V_a = -R_a \left[\frac{V_2}{R_2} + \frac{V_4}{R_4} + \dots + \frac{V_{n-1}}{R_{n-1}} \right]$$

← sumator izlaza parnih integratora

$$sC_1 V_1 + \frac{V_a}{R_a} + \frac{V_{ul}}{R_0} + \left[\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_3}{R_3} + \dots + \frac{V_n}{R_n} \right] = 0 \quad \leftarrow \text{zbir struja na ulazu prvog integratora}$$

$$\frac{C_1 = RC}{\text{_____}}$$

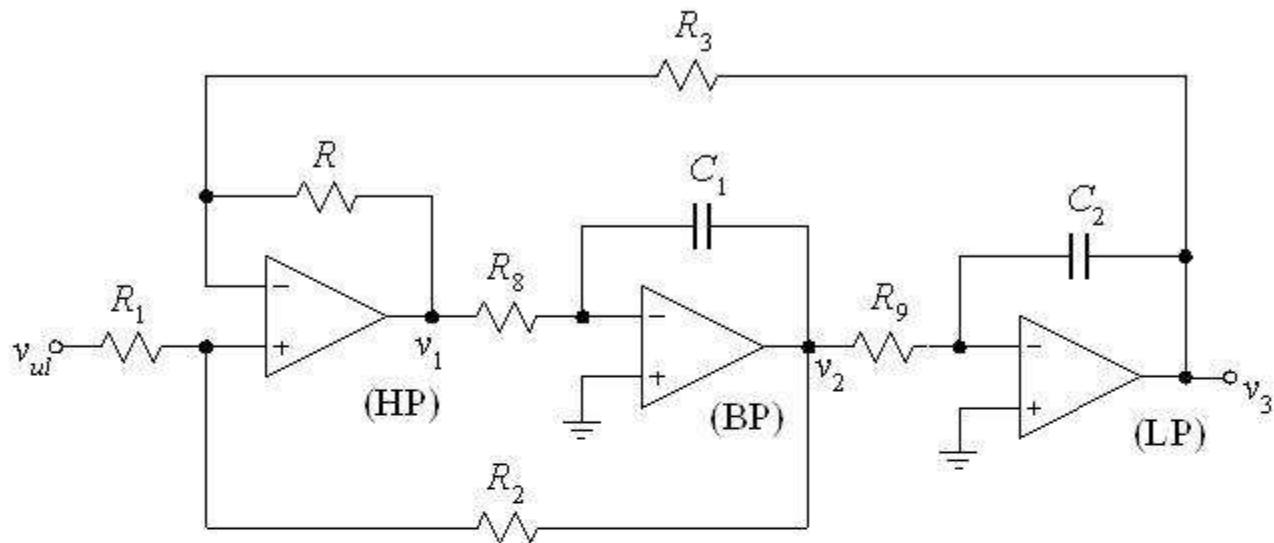
neparno n

$$\frac{V_n}{V_{ul}} = \frac{-G_0}{(sCR)^n + G_1(sCR)^{n-1} + G_2(sCR)^{n-2} + \dots + G_n}$$

$$G_i = \frac{1}{R_i} \quad i = \overline{0, n}$$

$$H_k(s) \doteq \frac{V_k}{V_{ul}} = \frac{-(-1)^{n-k} G_0 (sCR)^{n-k}}{(sCR)^n + G_1(sCR)^{n-1} + G_2(sCR)^{n-2} + \dots + G_n} \quad k = \overline{1, n} \quad (\text{parno, nema } -)$$

bikvadratna sekcija bazirana na tehnici promenljivih stanja (poznata kao KHN)



$$\frac{V_1}{V_{ul}} = \frac{R_2(R+R_3)}{R_3(R_1+R_2)} \cdot \frac{s^2 C_1 C_2 R_8 R_9}{C_1 C_2 R_8 R_9 \cdot s^2 + \frac{C_2 R_1 R_9 (R+R_3)}{R_3(R_1+R_2)} \cdot s + \frac{R}{R_3}} = K \cdot \frac{s^2 C_1 C_2 R_8 R_9}{\Delta(s)}$$

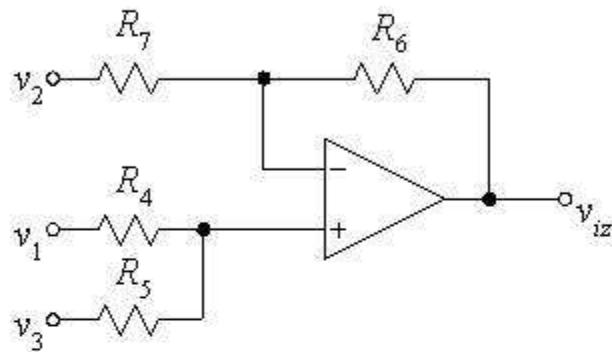
$$K = \frac{R_2(R+R_3)}{R_3(R_1+R_2)} \quad \Delta(s) = C_1 C_2 R_8 R_9 \cdot s^2 + \frac{C_2 R_1 R_9 (R+R_3)}{R_3(R_1+R_2)} \cdot s + \frac{R}{R_3}$$

$$\frac{V_2}{V_{ul}} = K \cdot \frac{-s C_2 R_9}{\Delta(s)}$$

$$\frac{V_3}{V_{ul}} = K \cdot \frac{1}{\Delta(s)}$$

univerzalna bikvadratna sekcija bazirana na tehnici promenljivih stanja

- dodaje se:



$$H(s) = K \cdot \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0}$$

$$a_1 = \frac{R_6(R_4 + R_5)}{C_1 R_8 R_5 (R_6 + R_7)}$$

$$a_0 = \frac{R_4}{C_1 R_8 C_2 R_9 R_5}$$

$$b_1 = \frac{R_1(R + R_3)}{C_1 R_8 R_3 (R_1 + R_2)}$$

$$b_0 = \frac{R}{C_1 R_8 C_2 R_9 R_3}$$

$$K = \frac{R_2 R_5 (R + R_3) (R_6 + R_7)}{R_3 R_7 (R_1 + R_2) (R_4 + R_5)}$$

- dobra osobina tehnike promenljivih stanja je nezavisno podešavanje koeficijenata u imeniku $H(s)$ preko vrednosti otpornika R_i (polozaj polova), kao i pojačanja preko R ;
- loša osobina je što za realizaciju prenosne funkcije treba $n+1$ operacioni pojačavač (skupo).

1.2 Simulacija induktivnosti

- prvo se realizuje $H(s)$ preko pasivne mreže (jednostavnije, jeftinije, male osetljivosti);
- ako u realizaciji postoji induktivnost, vrlo često se ne može naći odgovarajuća diskretna komponenta (μH - mH);

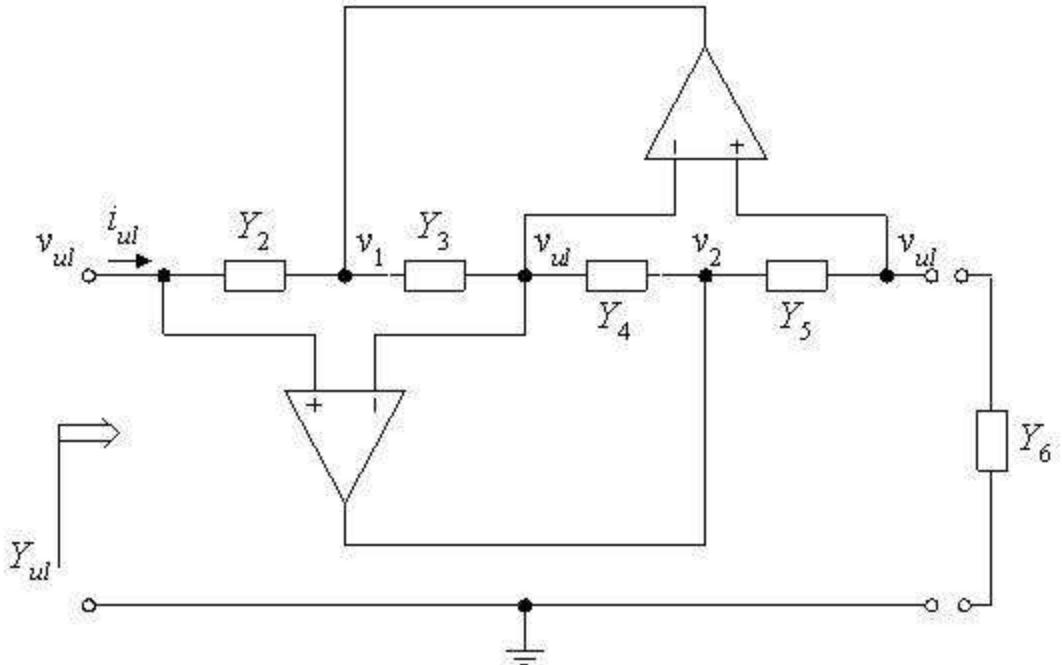
$$\omega \sim \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad L \sim \mu\text{H} \div \text{mH} \quad C \sim \text{nF} \div \mu\text{F} \quad \omega \sim 10^4 \div 10^7 \text{ rad/s}$$

- za $\omega < 1$ krad/s pogodno je realizovati L preko aktivnih kola.

GIC (Generalized Impedance Converter) - generalisani konvertor imitanse

- koristi se kao žirator $L \leftrightarrow C$
- realizacija sa dva OP

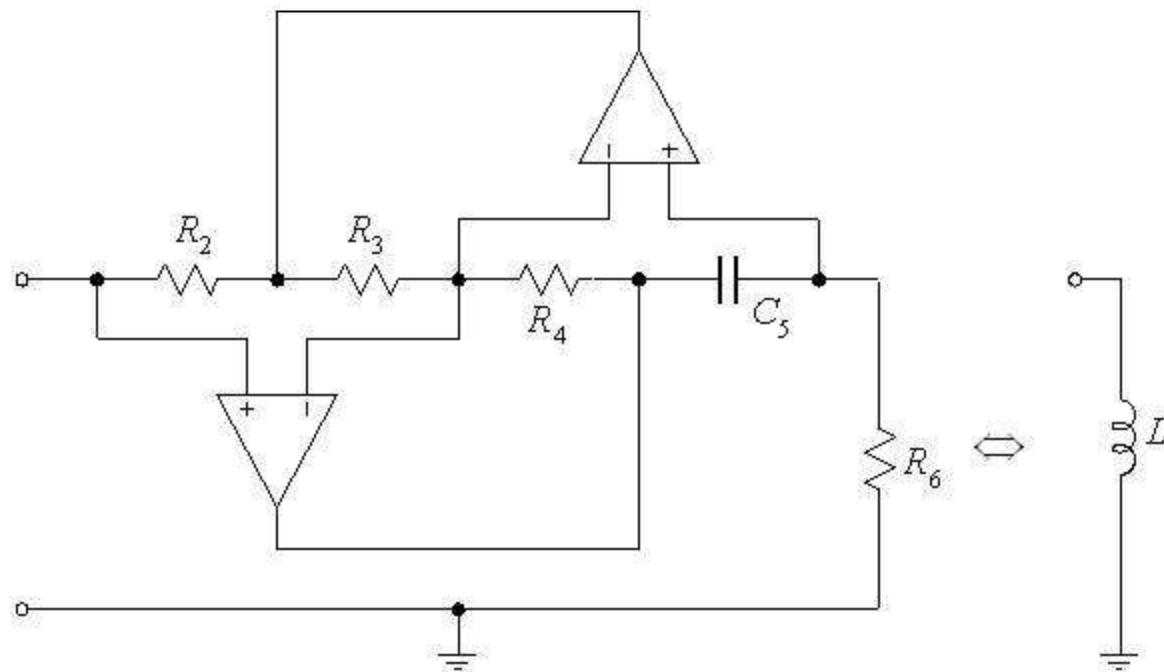
$$\begin{aligned} Y_{ul} &= \frac{i_{ul}}{v_{ul}} = \frac{(v_{ul} - v_1)Y_2}{v_{ul}} = \\ &= \frac{(v_2 - v_{ul})Y_4 \cdot Y_2}{Y_3 \cdot v_{ul}} = \\ &= \frac{v_{ul}Y_6 \cdot Y_4 \cdot Y_2}{Y_5 \cdot Y_3 \cdot v_{ul}} \Rightarrow \\ Y_{ul} &= \frac{Y_2Y_4Y_6}{Y_3Y_5} \end{aligned}$$



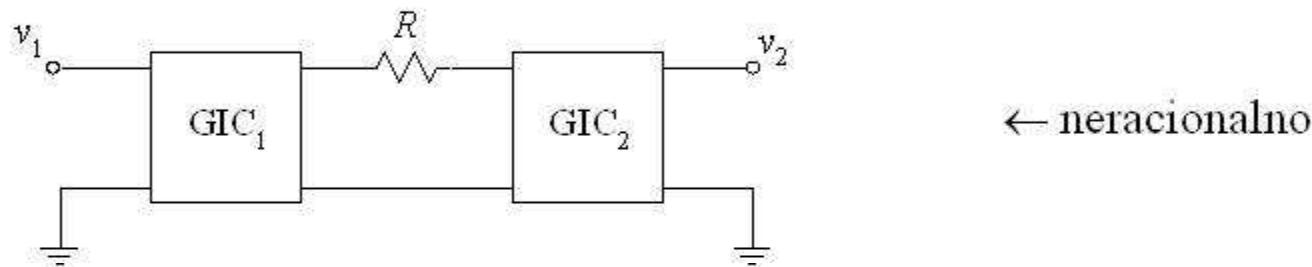
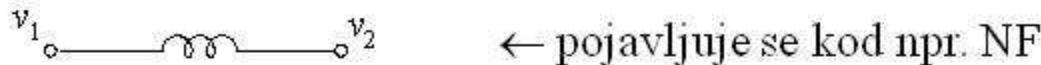
- simulacija L : tip A $Y_3 = sC_3$ $Y_i = G_i$ $i = 2, 4, 5, 6$ $Y_{ul} = \frac{1}{s} \cdot \frac{G_2 G_4 G_6}{C_3 G_5} = \frac{1}{s L_{ekv}}$

tip B $Y_5 = sC_5$ $Y_i = G_i$ $i = 2, 3, 4, 6$ $Y_{ul} = \frac{1}{s} \cdot \frac{G_2 G_4 G_6}{G_3 C_5}$

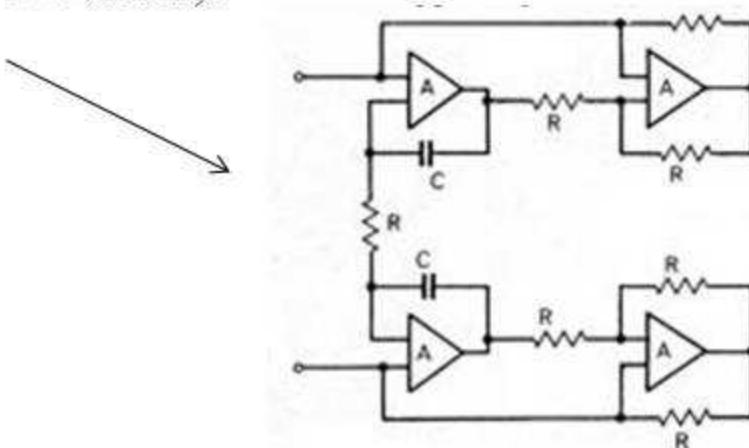
- ako se uzmu u razmatranje neidealnosti OP, bolja je simulacija induktivnosti tipa B, jer tip A zahteva uparenost karakteristika OP_1 i OP_2 , a tip B ne zahteva;
- obično su R_2, R_3 i R_4 isti za sve GIC-ove u kolu filtra, a L_{ekv} se podešava preko R_6 ;
- ovo je bila simulacija uzemljene induktivnosti!



- simulacija neuzemljene induktivnosti ("lebdeća" - *floating*):

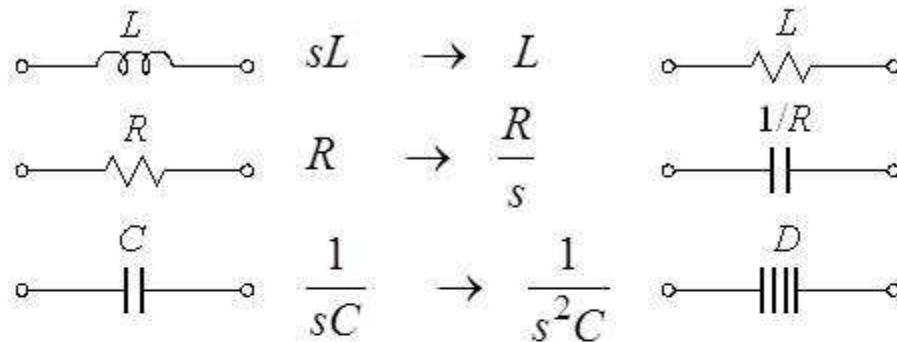


- postoje neke realizacije žiratora koje se mogu primeniti na neuzemljenu induktivnost (*Riordan-ov žirator*).



1.2 Frekventno zavisna negativna otpornost

- direktni metod realizacije pogodan kada u kolu postoji neuzemljene induktivnosti;
- sve impedanse u kolu se skaliraju na sledeći način:



$$\frac{1}{(j\omega)^2 C} = \frac{-1}{\omega^2 C} \quad Z(j\omega) = \frac{-1}{D\omega^2} \quad \leftarrow \text{FDNR - (Frequency Dependent Negative Resistor) ili super kondenzator}$$

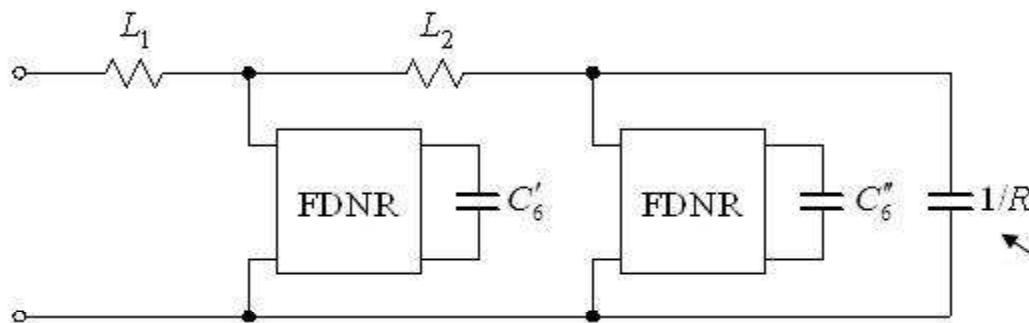
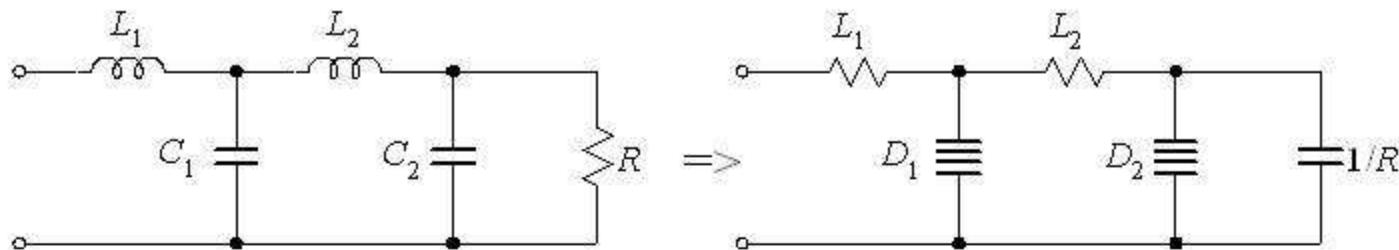
- realizacija FDNR (koristi se GIC, ali sa sledećim izborom elemenata):

tip A $Y_2 = sC_2$ $Y_4 = sC_4$ $Y_i = G_i \quad i=3,5,6$ $Y_{ul} = \frac{s^2 C_2 C_4 G_6}{G_3 G_5}$ \leftarrow zahteva uparenost OP

tip B $Y_4 = sC_4$ $Y_6 = sC_6$ $Y_i = G_i \quad i=2,3,5$ $Y_{ul} = \frac{s^2 G_2 C_4 C_6}{G_3 G_5}$ \leftarrow najlošije karakteristike

tip C $Y_2 = sC_2$ $Y_6 = sC_6$ $Y_i = G_i \quad i=3,4,5$ $Y_{ul} = \frac{s^2 C_2 G_4 C_6}{G_3 G_5}$ \leftarrow ne zahteva uparenost OP; često se koristi;

- ovaj metod se često koristi za realizaciju NF:



- uvek se teži da što više elemenata GIC-a bude jednako;

$\Rightarrow C'_6$ i C''_6 određuju D_1 i D_2

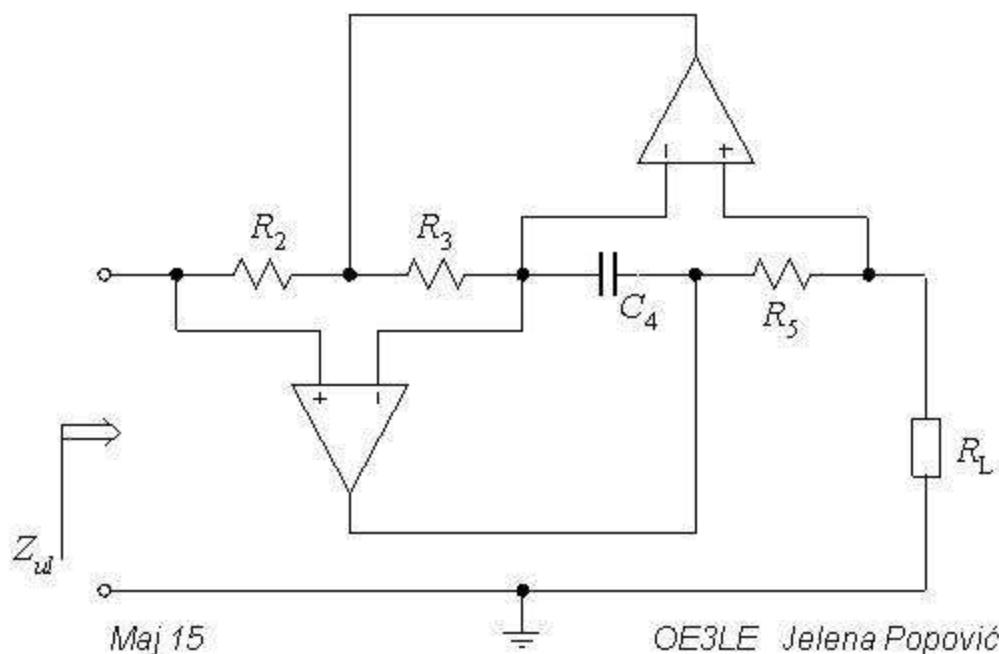
- često je neprihvatljivo da filter bude zatvoren kapacitivnim opterećenjem

$$Z_{ul} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} Z_L = \frac{R_2}{s C_4 R_3 R_5} R_L$$

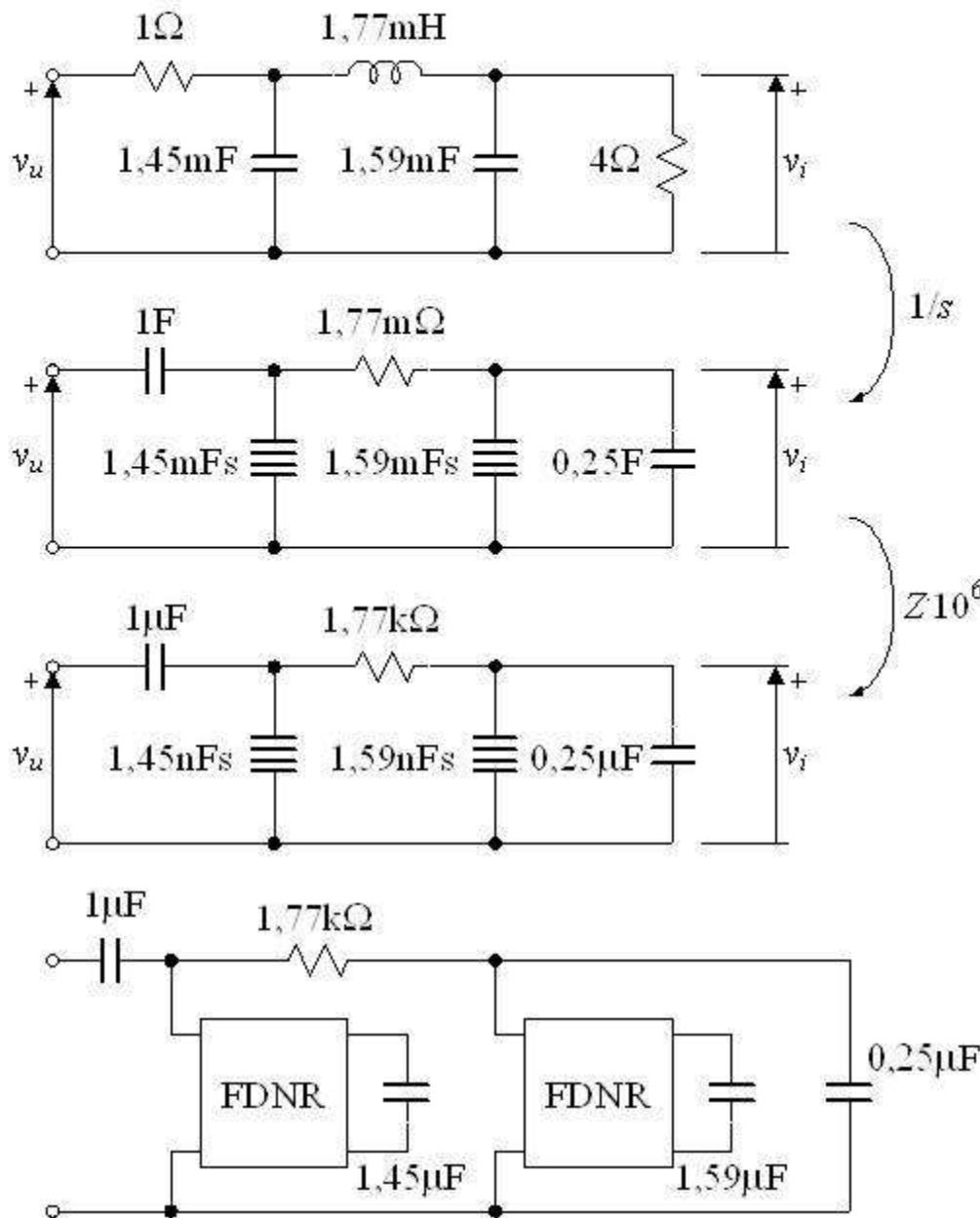
$$C_{ekv} = C_4 \frac{R_3 R_5}{R_2 R_L}$$

- može se simulirati i proizvoljna vrednost (obično $1/R$ bude suviše velika kapacitivnost, koja se ne može direktno realizovati);

- mreža je zatvorena zahtevanim R_L .



- vrlo često se kod ove metode mora primeniti skaliranje impedansi, da bi se dobile fizički ostvarljive komponente:



- vrednosti elemenata su neprihvatljive
 \Rightarrow skaliranje impedansi ($\cdot 10^6$)

$$Z_{D_1}(s) = \frac{1}{s^2 D_1} \quad / \cdot 10^6 \quad \Rightarrow \quad D'_1 = \frac{D_1}{10^6}$$

$$Z_{D_1}(s) = \frac{R_2}{s^2 C_4 C_6 R_3 R_5}$$

$$D_1 = \frac{C_4 C_6 R_3 R_5}{R_2} = 1,45 \cdot 10^{-9} \text{ Fs}$$

$$C_4 = 1\mu\text{F} \quad R_2 = R_3 = R_5 = 1\text{k}\Omega$$

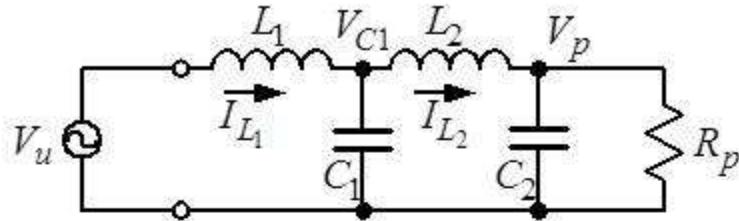
$$\Rightarrow C'_6 = 1,45\mu\text{F}$$

$$D_2 : \dots \Rightarrow C'_6 = 1,59\mu\text{F}$$

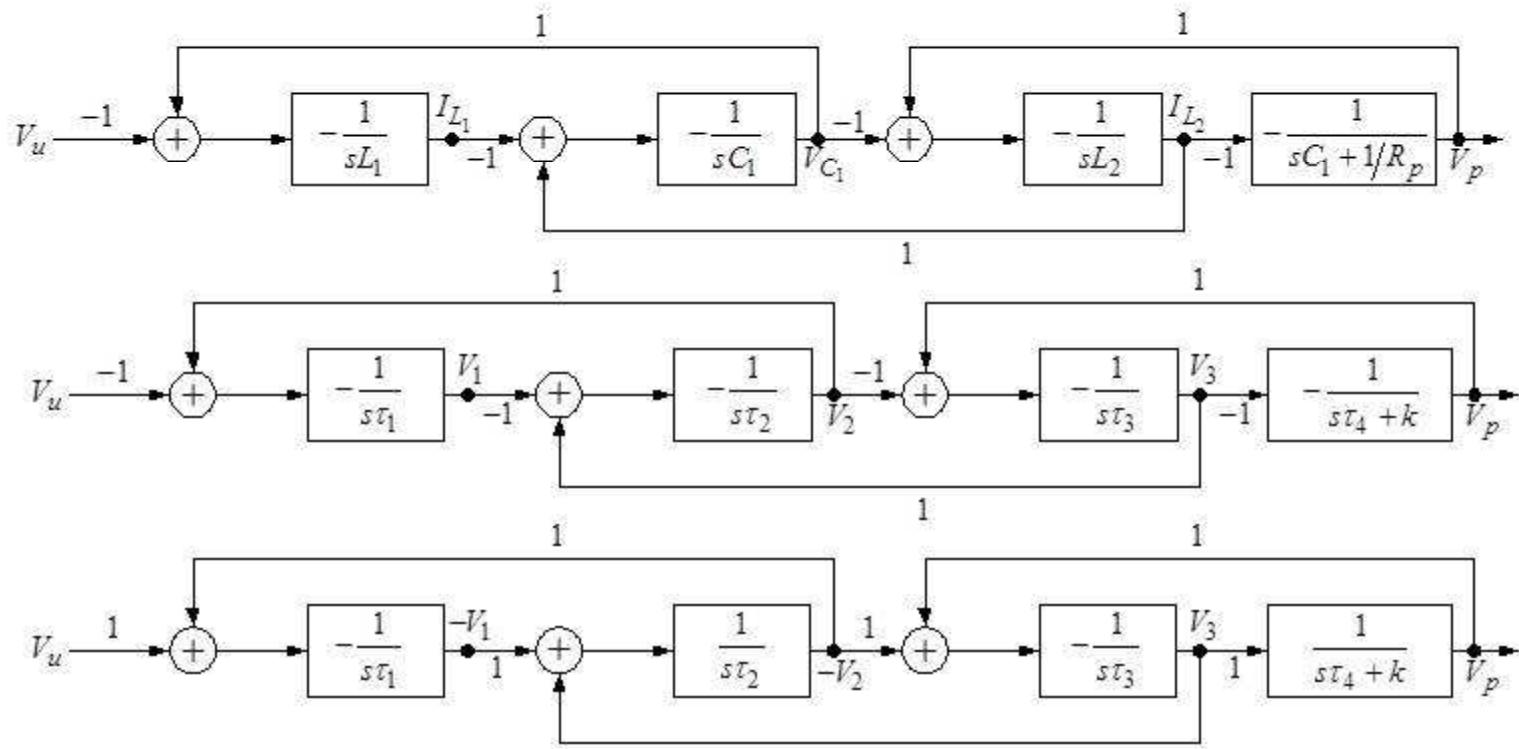
- realizacija $0,25\mu\text{F} \Rightarrow 0,25\mu\text{F} = C_4 \frac{R_3 R_5}{R_2 R_L}$

- u zavisnosti od R_L se biraju vrednosti GIC-a koji će da simulira $0,25\mu\text{F}$.

1.4 – Funkcionalna simulacija ljestvičastih mreža

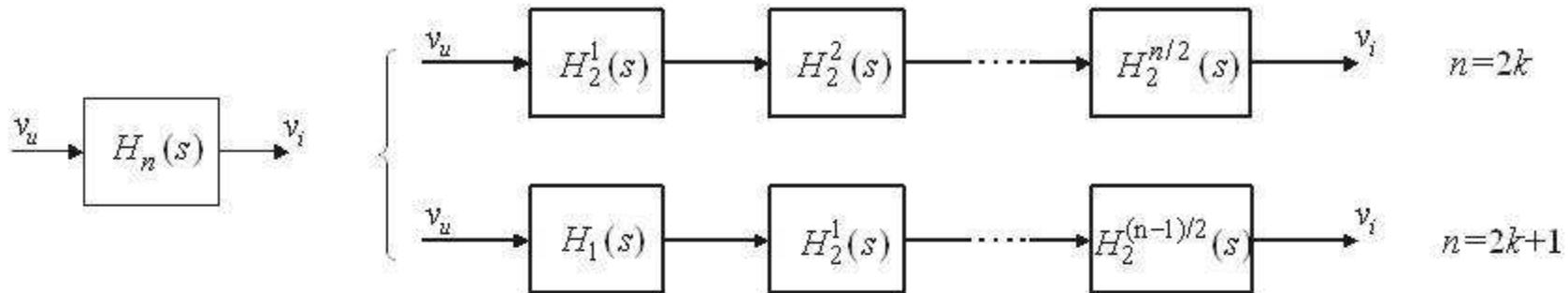


$$I_{L1} = \frac{V_{C1} - V_u}{-sL_1} \quad V_{C1} = \frac{I_{L2} - I_{L1}}{-sC_1} \quad I_{L2} = \frac{V_p - V_{C1}}{-sL_2} \quad V_p = \frac{-I_{L2}}{-sC_2 - 1/R_p}$$



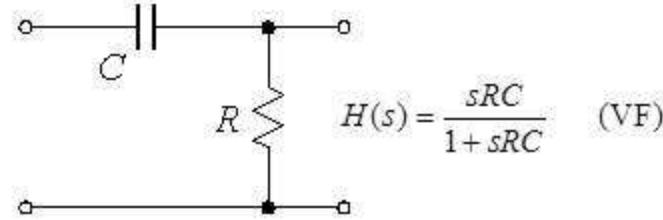
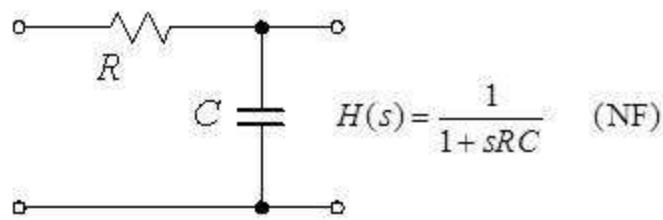
za PO mogu da se koriste integratori, a mogu i bikvadratne sekcije

2. KASKADNA REALIZACIJA



razlaganje funkcije prenosa višeg reda

- sekcije II reda su jednostavne za realizaciju, a moguće je realizovati konjugovano kompleksne polove;
- ako je filter neparnog reda, dobija se jedna sekcija I i ostale II reda;
- sekcije I reda su ili degenerisane sekcije II reda (koeficijent s^2 je 0) ili obične RC mreže:



Problemi koje treba rešiti:

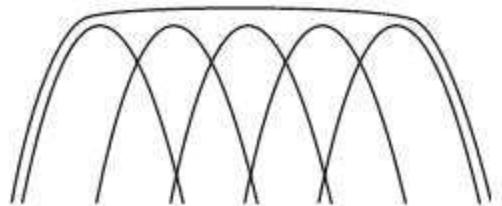
- 1) kakav da bude redosled bikvadratnih sekacija?
- 2) kako upariti nule i polove?
- 3) kako raspodeliti k ?

- postoje optimizacione metode, ali zahtevaju programsku podršku;

1) Redosled sekcija:

- na osnovu iskustva: na ulazu NF, jer eliminiše VF smetnje;
- za realizaciju PO je bolje NF+VF, nego PO+PO;

veliki šum →



2) Uparivanje nula i polova:

- 1- uparuje se par polova sa najvećim Q faktorom (kritični par) sa nulama koje su najbliže propusnom opsegu filtra;
- 2- redosled: u prvoj sekciji se uparaju polovi sa najmanjim Q faktorom, pa zatim slede parovi sa rastućim Q faktorima (ali prva sekcija treba da bude NF tipa, ako je moguće).

3) Raspodela pojačanja K :

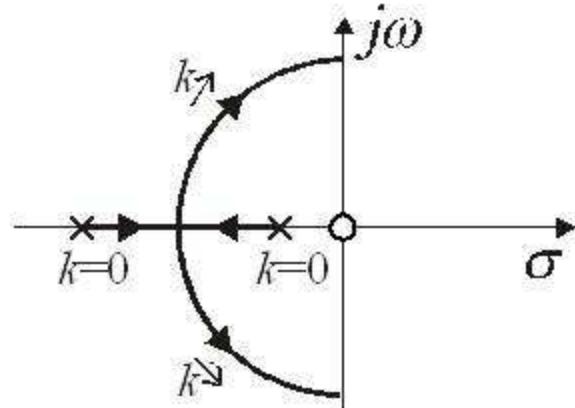
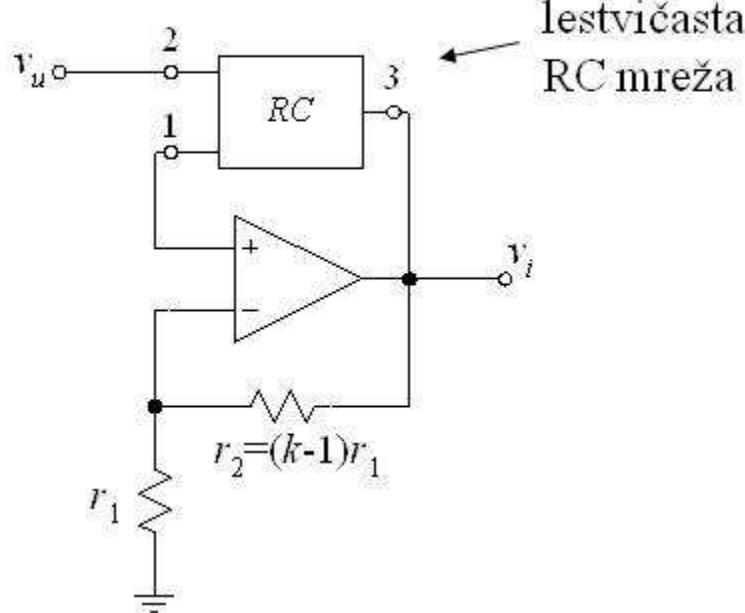
- mora se "ravnomerno" raspodeliti po sekcijama;
- sekcija sa velikim K_i može da izazove ulazak u zasićenje sledeće sekcije.

Podela bikvadratnih sekcija se najčešće vrši prema broju OP:

- 1 OP - jeftine, ali se parametri funkcije prenosa ne mogu nezavisno podešavati;
(ako se ω_p , Q_p , K nezavisno podešavaju → filter je ortogonalan);
- 2 OP - ω_p i Q_p su nezavisni, ali obično K celog filtra ne može nezavisno da se podešava;
- 3 OP - ω_p , Q_p , K nezavisni, ali je ovo skuplje i ima više pasivnih elemenata;
- 4 OP - koriste se za neke posebne funkcije prenosa (obično čelija sa 3 OP + sumator).

1) Bikvadratne sekcije sa jednim OP

a) RC mreža u grani pozitivne povratne sprege



pojačanje pojačavača:

$$A_r = \frac{v_i}{v_+} \approx 1 + \frac{r_2}{r_1} = k$$

$$F_{12}(s) = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{v_3=0} = \frac{N_{12}(s)}{D(s)}$$

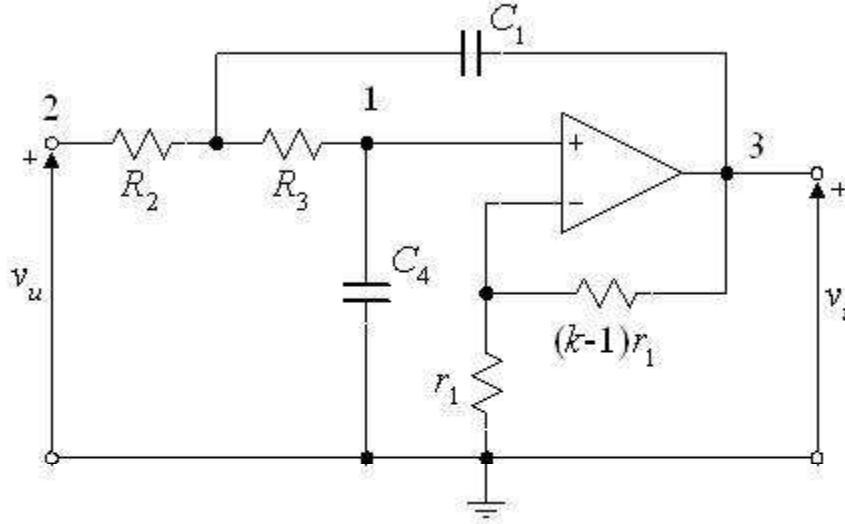
$$F_{13}(s) = \left. \frac{v_1}{v_3} \right|_{v_2=0} = \frac{N_{13}(s)}{D(s)}$$

$$H(s) = \left. \frac{v_i}{v_u} = \frac{k \frac{N_{12}(s)}{D(s)}}{1 - k \frac{N_{13}(s)}{D(s)} + \frac{k}{A}} \right|_{A \rightarrow \infty} \approx \frac{k N_{12}(s)}{D(s) - k N_{13}(s)}$$

$D(s)$ - karakteristični polinom pasivne RC mreže
 \Rightarrow nule na negativnom delu Re-ose

← uvođenjem pozitivne povratne sprege povećava se Q faktor pasivnog RC kola i time generiše par konjugovano kompleksnih polova.

- primer NF filtra:



$$H(s) = \frac{K}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

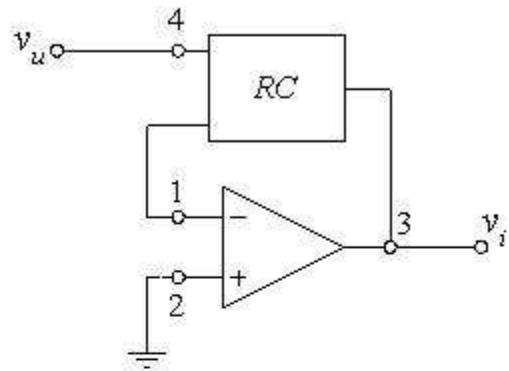
$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_4}$$

$$Q_p = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_4}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-k}{R_3 C_4}}$$

$$K = \frac{k}{R_2 R_3 C_1 C_4}$$

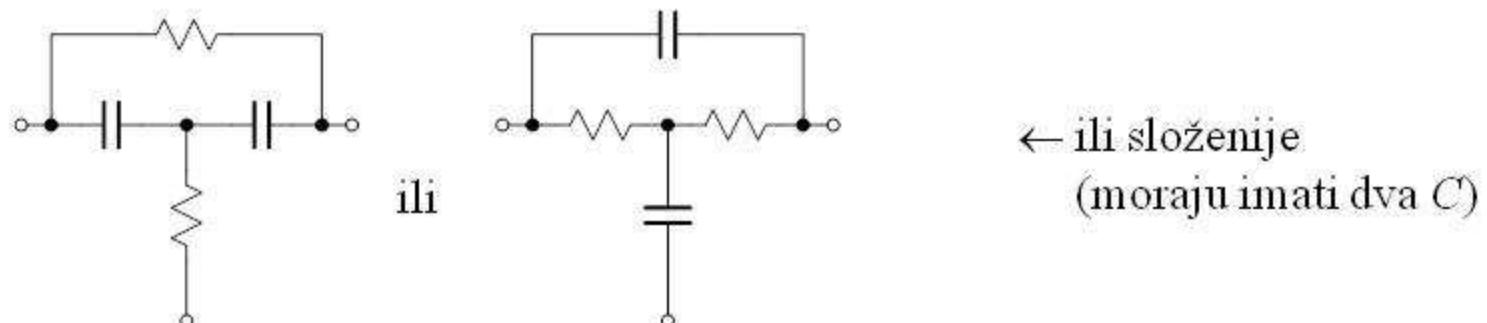
- filter nije ortogonalan ($R_2 R_3 C_1 C_4 \rightarrow \omega_p, k \rightarrow K \Rightarrow Q$ je već određeno);
napomena: ortogonalnost je vezana za nezavisno podešavanje parametara $H(s)$ u kolu koje je fizički realizovano - to nije nezavisno podešavanje u matematičkom smislu
- realizacija je kanonička: 1 OP, 2 C i 2 R minimalno za sekciju II reda;
- osetljivosti: $S_{R_i, C_i}^{\omega_p} = -\frac{1}{2}$ $S_k^{\omega_p} = 0$ - male su, ali su S^Q veće, posebno S_k^Q
- ako se izabere da Z_2 i Z_3 budu kapacitivne, a Z_1 i Z_4 otporne, dobija se VF filter.

b) RC mreža u grani negativne povratne sprege

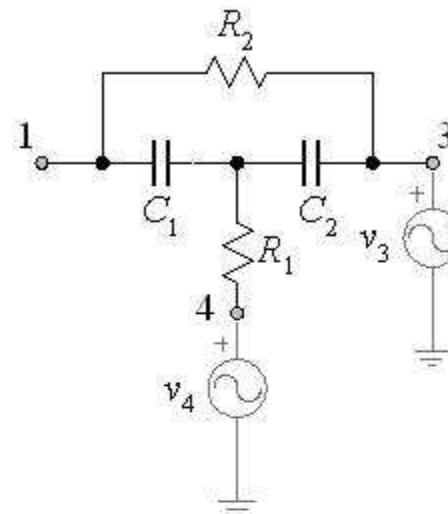
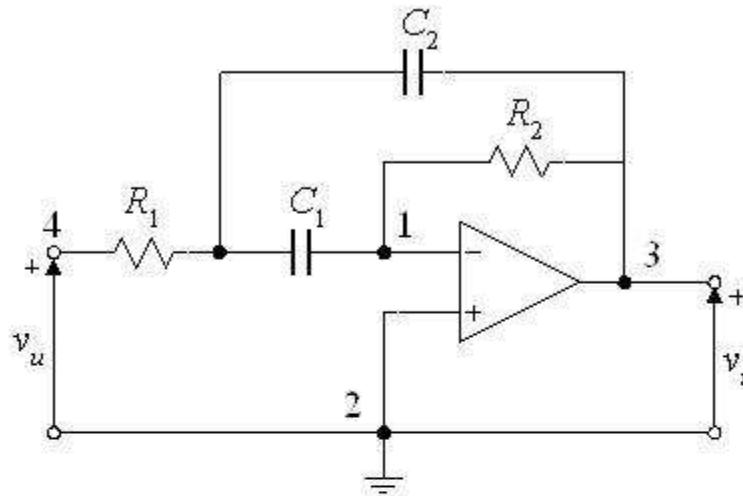


$$H(s) = -\frac{N_{14}(s)}{N_{13}(s)}$$

- da bi se ostvarili kompleksni polovi (nule $N_{13}(s)$), koriste se RC mreže u vidu premošćenih T članova, tj. RC mreže koje imaju kompleksne parove nula (kod PPS su bile leštičaste RC mreže):



- primer filtra PO:



$$F_{14}(s) = \left. \frac{v_1}{v_4} \right|_{v_2=0}$$

$$F_{13}(s) = \left. \frac{v_1}{v_3} \right|_{v_4=0}$$

$$H(s) = K \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad \omega_p^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$Q_p = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \sqrt{\frac{C_1}{C_2} + \frac{C_2}{C_1}}$$

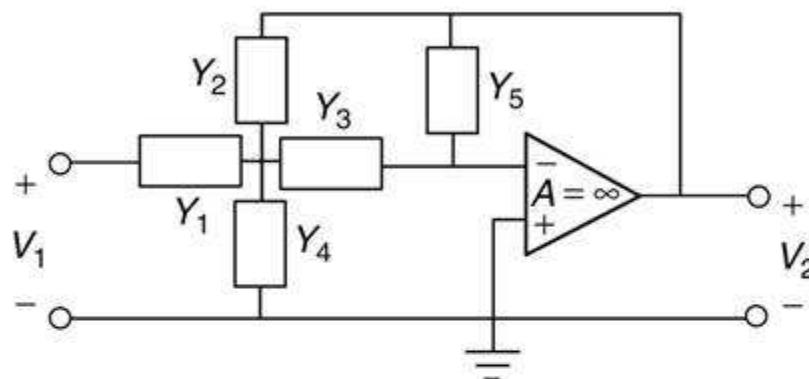
nije ortogonalan
↙

$$K = -2\omega_p Q_p$$

-sa RC mrežom u vidu premošćenog T člana se mogu ostvariti samo filtri PO i pod određenim uslovima VF (NF ne može!)

- za $C_1=C_2$: $Q_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ ← loše, jer za veliko Q_p treba veliki odnos R_1 i R_2 .

Šira klasa ovakve bikvadratne sekcije naziva se filtrima sa beskonačnim pojačanjem pojačavača i višestrukom povratnom spregom (*infinite-gain multiple feedback filters*):



$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_2 Y_3}$$

NF: $Y_1 = G_1, Y_2 = G_2, Y_3 = G_3, Y_4 = sC_4, Y_5 = sC_5$

VF: $Y_1 = sC_1, Y_2 = sC_2, Y_3 = sC_3, Y_4 = G_4, Y_5 = G_5$

PO: $Y_1 = G_1, Y_2 = sC_2, Y_3 = sC_3, Y_4 = G_4, Y_5 = G_5$

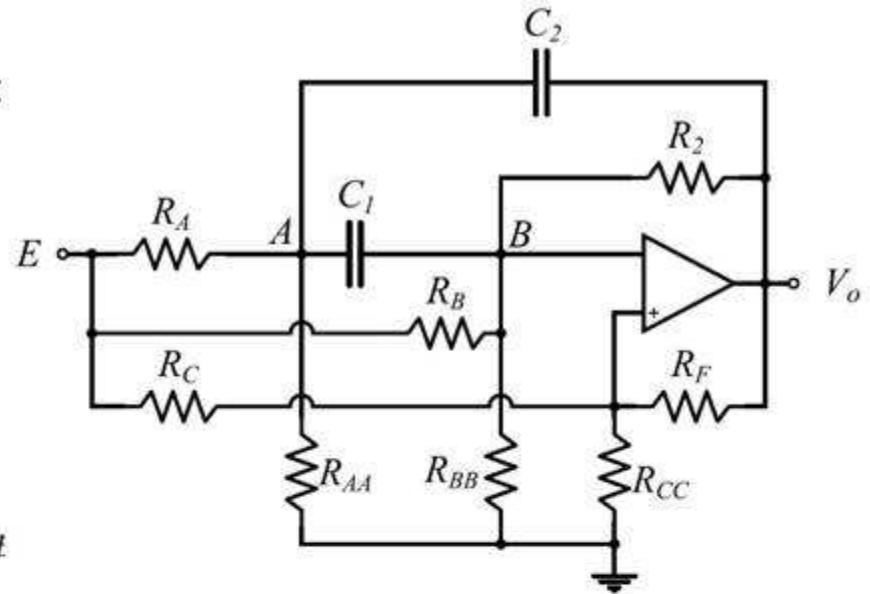
za veliko Q_p potrebne su velike vrednosti odnosa parametara elemenata

- Friend-ova sekcija - univerzalna sekcija sa 1 OP:

$$H(s) = K \frac{ms^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad \text{ima } 2C \text{ i } 8R \rightarrow$$

$$R_{1A} = \frac{R_A R_{AA}}{R_A + R_{AA}} \quad R_{2C} = \frac{R_C R_{CC}}{R_C + R_{CC}} \quad R_{3I}$$

$$K_1 = \frac{R_{AA}}{R_A + R_{AA}} \quad K_2 = \frac{R_{CC}}{R_C + R_{CC}} \quad K_3 = \frac{R_{BB}}{R_B + R_{BB}} \quad K = 1 \quad m = K_2$$



$$c = \frac{K_2}{C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{3B}} \right) + \frac{K_2}{C_1} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{3B}} \right) - \frac{K_1}{R_{1A} C_2} \left(1 + \frac{R_{2C}}{R_F} \right)$$

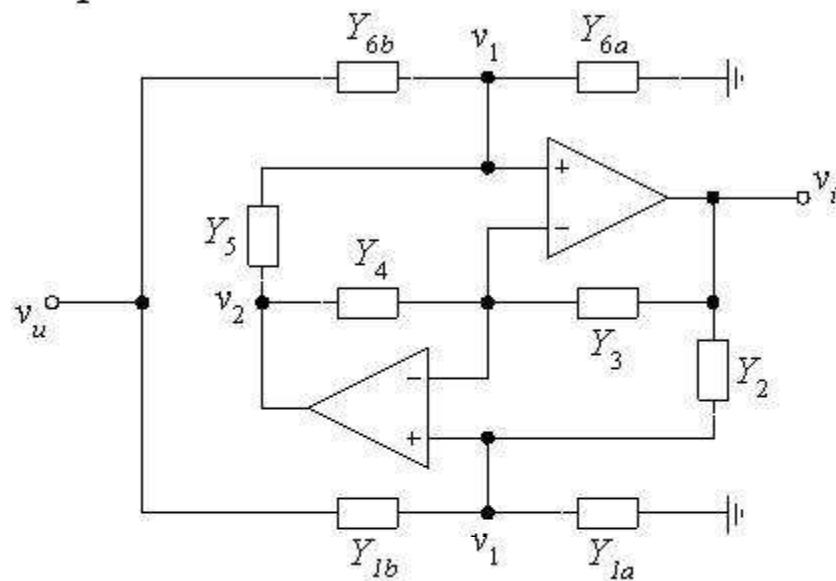
$$- \frac{K_3}{R_{3B}} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \left(1 + \frac{R_{2C}}{R_F} \right)$$

$$d = \frac{1}{C_1 C_2} \left[\frac{K_2}{R_{1A}} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{3B}} \right) - \frac{K_3}{R_{1A} R_{3B}} \left(1 + \frac{R_{2C}}{R_F} \right) \right]$$

$$a = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{R_{2C}}{R_F R_{3B}} \right) - \frac{R_{2C}}{R_F R_{1A} C_2} \quad b = \frac{1}{R_{1A} C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{R_{2C}}{R_F R_{3B}} \right)$$

2) Bikvadratne sekcije sa dva OP

- opšta šema:

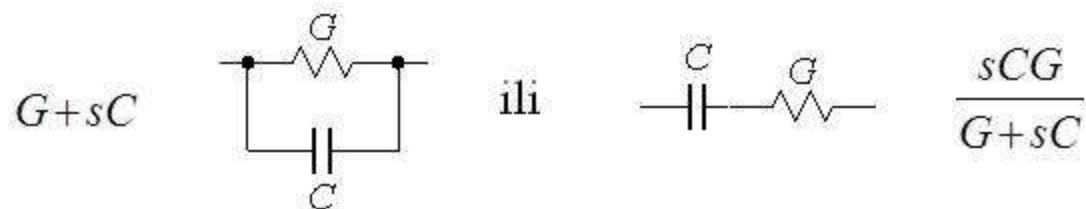


- bazira se na GIC-u;
- ima male osetljivosti;
- mogu se realizovati svi tipovi sekcija II reda;
- veoma često se koristi u praksi.

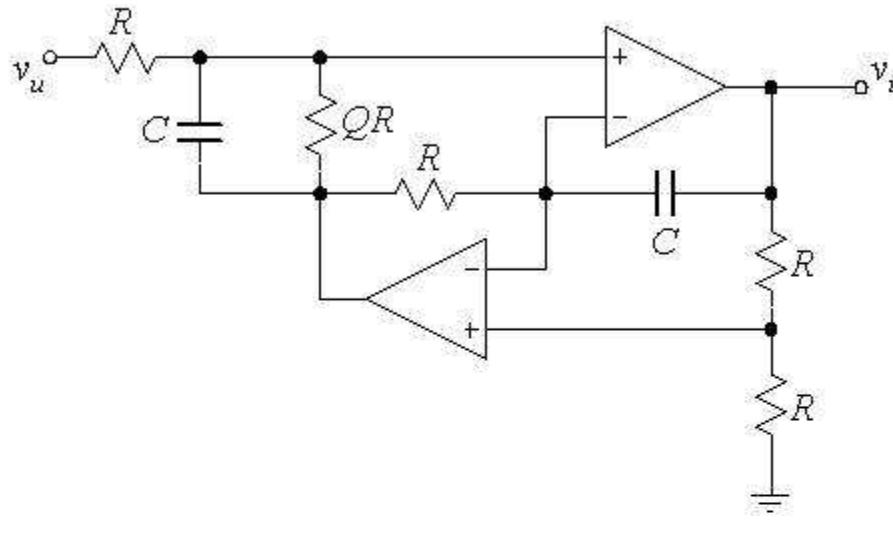
$$H(s) = \frac{v_i}{v_u} = \frac{Y_{6b}(Y_2Y_4 + Y_{1a}Y_4) + Y_{1b}(Y_3Y_5 - Y_{6a}Y_4)}{Y_1Y_3Y_5 + Y_2Y_4Y_6}$$

$$Y_1 = Y_{1a} + Y_{1b} \quad Y_6 = Y_{6a} + Y_{6b}$$

- ako bi sve admitanse bile proste, ne bi mogla da se realizuje sekcija II reda, tj. neka od admitansi mora da bude složena:



- primer NF filtra:



$$Y_5 = G_5 + sC_5$$

$$Y_{1b} = Y_{6a} = 0 \quad \text{da bi drugi član u brojiocu bio 0}$$

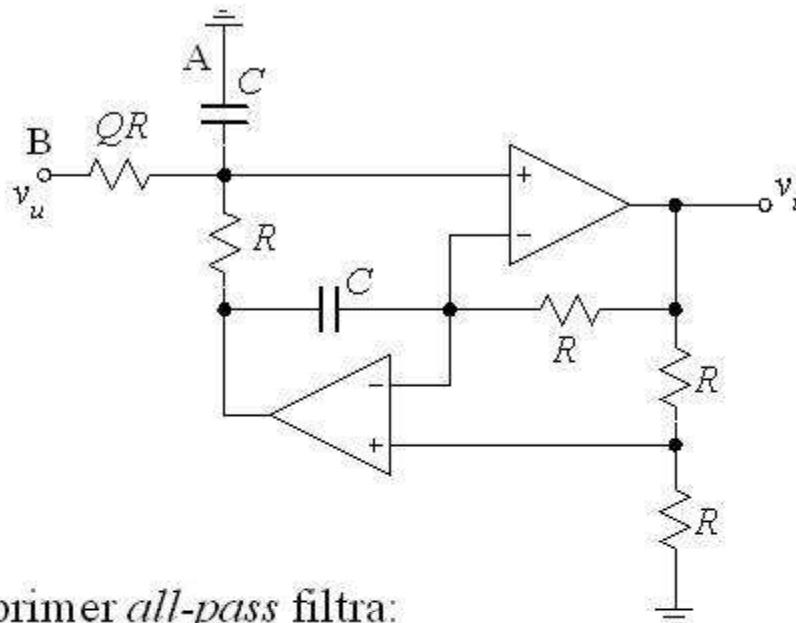
$$Y_{6b}, Y_2, Y_4, Y_{1a} \rightarrow G_i$$

$$\Rightarrow Y_3 = sC_3 \quad \text{da bi bila sekcija II reda}$$

$$H(s) = \frac{G_6(G_2G_4 + G_1G_4)}{s^2C_3C_5G_1 + sC_3G_1G_5 + G_2G_4G_6}$$

$$\omega_p^2 = \frac{\frac{R_1}{R_2}}{C_3C_5R_4R_6} \quad \frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{1}{C_5R_5}$$

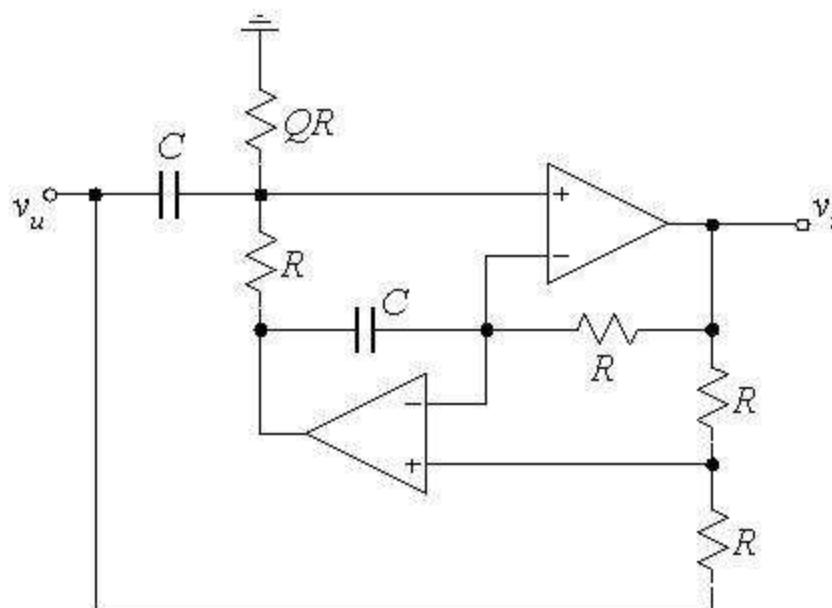
- primer PO (VF) filtra:



$$H(s) = \frac{2}{RC} \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad \omega_p = \frac{1}{RC}$$

\Rightarrow VF filter se dobija kad se v_u priključi u A, a B spoji na masu

- primer *all-pass* filtra:

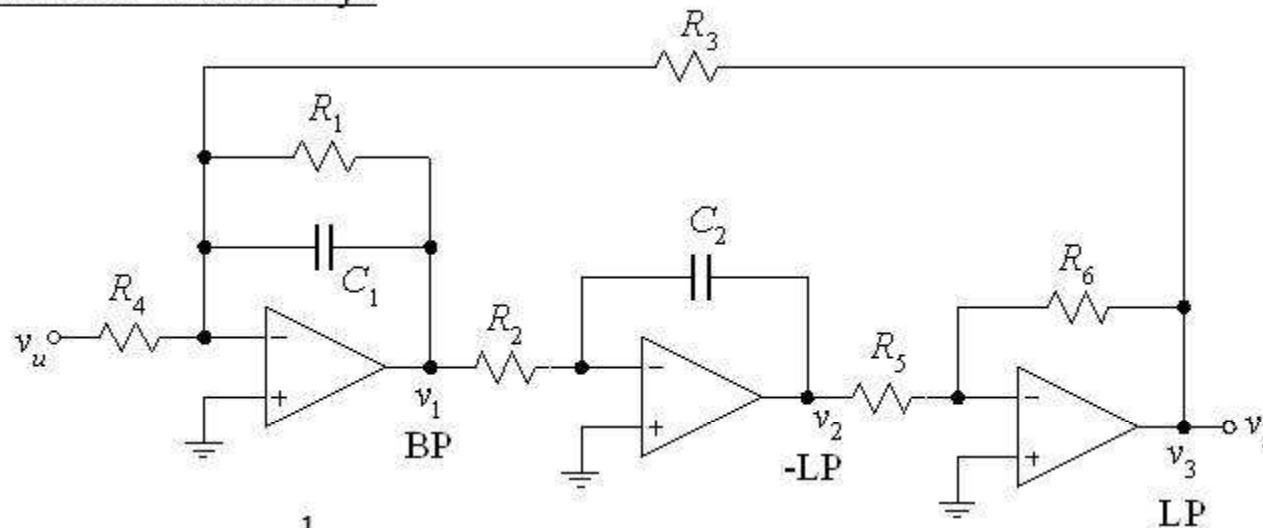


- malo je modifikovana univerzalna šema
(poslednji R nije na masi, nego na v_u)

$$H(s) = \frac{s^2 - s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

3) Bikvadratne sekcije sa tri OP

- KHN sekcija (već je pomenuta kod tehnike promenljivih stanja)
- Tow-Thomas-ova sekcija



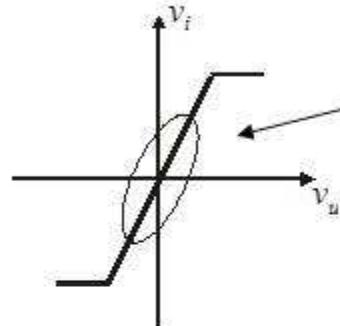
(nema HP)

$$H_1(s) = \frac{v_1}{v_u} = \frac{-\frac{1}{R_4 C_1} s}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad (R_5 = R_6)$$

$$v_3 = \frac{1}{s R_2 C_2} \cdot v_1$$

$$H_3(s) = \frac{v_3}{v_u} = \frac{\frac{1}{R_2 R_4 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_3}}$$

- iako se realizuju samo NF i PO, ovo kolo je boljih karakteristika od KHN, jer su svi “+” ulazi OP na masi (kod KHN nisu).
- ako je napajanje OP $\pm V_{CC}$:

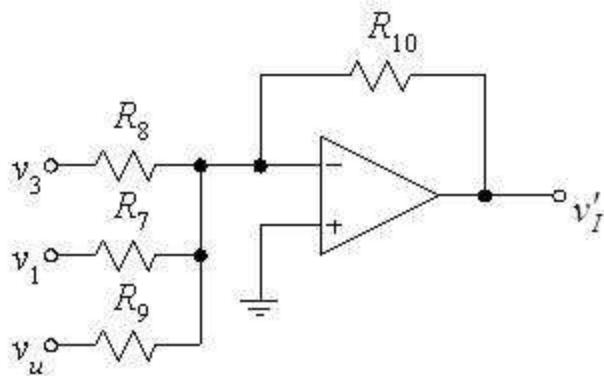


najbolje karakteristike su na:

$$\frac{V_{CC} + (-V_{CC})}{2} = 0$$

- najveće diferencijalno pojačanje;
- najveći CMRR;
- najveća diferencijalna ulazna otpornost.

- realizacija konačnih nula prenosa:



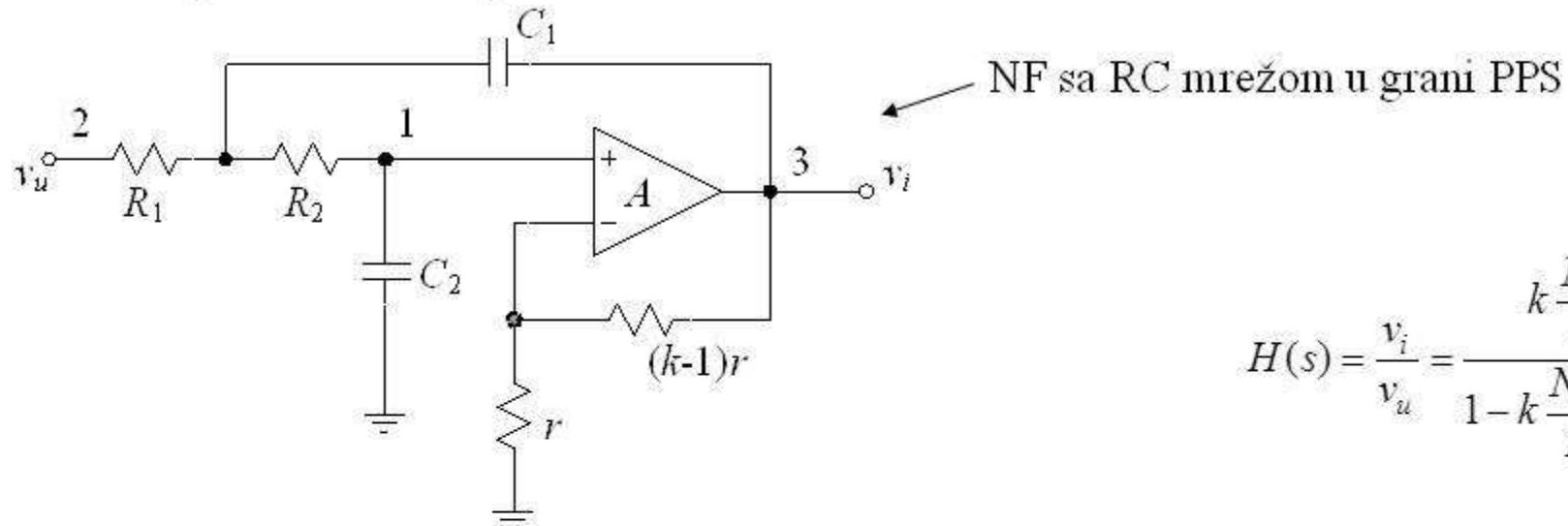
$$v'_I = -\frac{R_{10}}{R_8} \cdot v_3 - \frac{R_{10}}{R_7} \cdot v_1 - \frac{R_{10}}{R_9} \cdot v_u$$

$$H(s) = \frac{v'_I}{v_u} = \frac{1}{D(s)} \left(\frac{R_{10}}{R_8} \cdot \frac{1}{R_2 R_4 C_1 C_2} + \frac{R_{10}}{R_7} \cdot \frac{s}{R_4 C_1} - \frac{R_{10}}{R_9} \cdot D(s) \right)$$

$$H(s) = -K \cdot \frac{s^2 + c \cdot s + d}{s^2 + a \cdot s + b}$$

- pasivne osetljivosti sekcija sa 3 OP su male, a aktivne su veće nego kod sekcija sa 2 OP;
- gotovo uvek su ortogonalni.

Računanje aktivnih osetljivosti



$$H(s) = \frac{v_i}{v_u} = \frac{k \frac{N_{12}(s)}{D(s)}}{1 - k \frac{N_{13}(s)}{D(s)} + \frac{k}{A}}$$

- ako je OP idealan:

$$H(s) = \frac{v_i}{v_u} = \frac{\frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

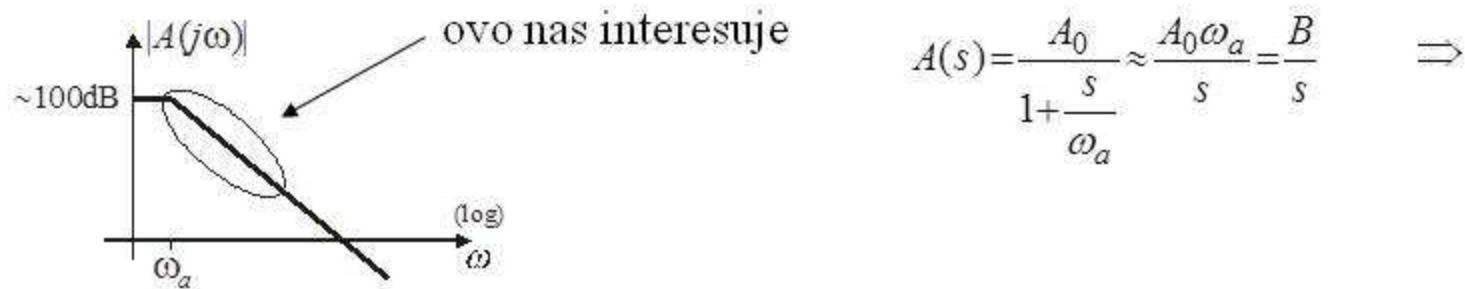
- ako OP nije idealan:

$$H'(s) = \frac{\frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} + \frac{k}{A(s)} \left[s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \right]}$$

$$s^2 \left(1 + \frac{k}{A(s)} \right) \rightarrow \text{pretpostavka } A(s)/k \gg 1, \text{ tj. učestanosti su relativno niske} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1 + \frac{k}{A(s)}} \approx 1 - \frac{k}{A(s)} \quad \leftarrow \text{jer je } k \text{ malo (odnos otpornika)}$$

$$H'(s) = \frac{\frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2} \left(1 - \frac{k}{A(s)} \right)}{s^2 + s \cdot \left[\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{k}{R_2 C_2} \left(1 - \frac{k}{A(s)} \right) \right] + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$



$$H'(s) = \frac{\frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2} \left(1 - \frac{k \cdot s}{B} \right)}{s^2 \left(1 + \frac{k^2}{R_2 C_2 B} \right) + s \cdot \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{k^2}{R_2 C_2 B}} \approx 1 - \frac{k^2}{R_2 C_2 B} \quad \leftarrow \text{jer je } B \text{ obično veoma veliko}$$

$$H'(s) = \frac{s^2 + s \cdot \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) \cdot \left(1 - \frac{k^2}{R_2 C_2 B} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \left(1 - \frac{k^2}{R_2 C_2 B} \right)}{s^2 + \frac{\omega_{pa}}{Q_{pa}} s + \omega_{pa}^2}$$

$$\omega_{pa} = \omega_p \sqrt{1 - \frac{k^2}{R_2 C_2 B}} < \omega_p \quad \leftarrow \text{realna učestanost pola je manja, što je } B \text{ manje}$$

$$Q_{pa} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{R_2 C_2 B}}} > Q_p \quad \leftarrow \text{povećava se}$$

$$S_B^{\omega_{pa}} = \frac{B}{\omega_{pa}} \cdot \frac{\partial \omega_{pa}}{\partial B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k^2}{R_2 C_2 B - k^2}$$

$$\left. \begin{aligned} S_B^{\omega_{pa}} &\approx \frac{1}{2} \cdot \frac{k^2}{R_2 C_2 B} = \frac{1}{2} k^2 \frac{\omega_p}{B} \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \\ S_B^{Q_{pa}} &= S_B^{\omega_{pa} Q_{pa}} - S_B^{\omega_{pa}} = -S_B^{\omega_{pa}} \end{aligned} \right\} \leftarrow \text{zavise od odnosa } \omega_p/B$$