Osnovni konvertori

Pod osnovnim prekidačkim konvertorima se podrazumevaju tri konvertora: buck, boost i buck-boost. Sva tri konvertora su karakterisana minimalnim brojem elemenata, zahtevaju jedan kontrolisani prekidač, jednu diodu, jedan kalem i jedan kondenzator. Ni jedan od ova tri konvertora ne obezbeđuje galvansku izolaciju između ulaza i izlaza. U ovom poglavlju će biti prikazana analiza tri osnovna konvertora u ustaljenom stanju u oba režima rada, kontinualnom i diskontinualnom. Analiza konvertora koja će biti prikazana je sa tačke gledišta teorije električnih kola nestandardna. Pre svega, analizom u vremenskom domenu se direktno određuje ustaljeni složenoperiodični odziv kola. Zatim, analiza kola drugog reda se primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*) svodi na analizu kola prvog reda. Karakteristike akumulacionih elemenata, kalema i kondenzatora, se koriste u integralnoj formi primenjenoj na ustaljeni složenoperiodični režim, u slučaju kalema kao argument fluksa (*volt-second balance*), a u slučaju kondenzatora kao argument naelektrisanja (*ampere-second balance, charge balance*). Dalje, u kontinualnom režimu rada početna struja kalema se mora pretpostaviti, da bi njena konkretna vrednost mogla biti određena tek kada bude određena struja potrošača. Sve ovo analizu konvertora koja će biti prikazana u ovom poglavlju čini specifičnom.

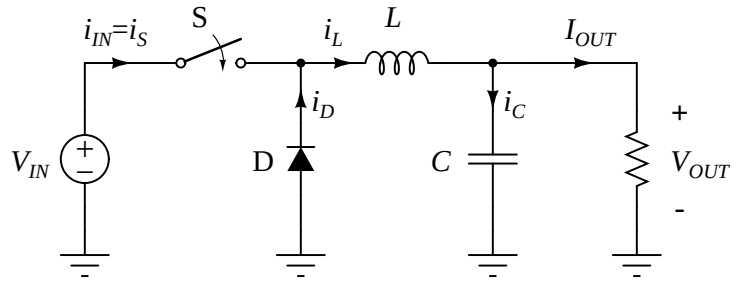
Kako rezultat analize pokazati, pomoću osnovnih konvertora je moguće obezbediti izlazni napon koji je manji od ulaznog napona, veći od ulaznog napona, kao i izlazni napon koji je suprotnog polariteta od ulaznog napona, a apsolutna vrednost mu može biti i manja i veća od apsolutne vrednosti ulaznog napona.

Buck konvertor

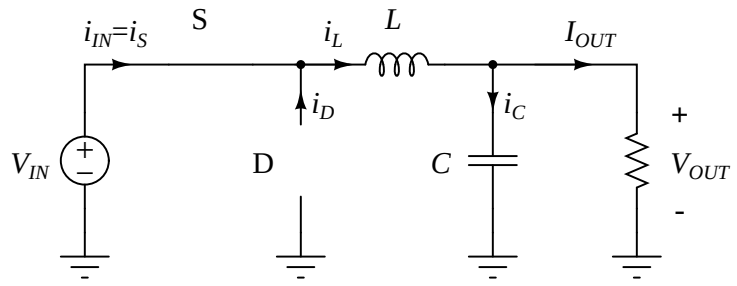
Buck konvertor je prikazan na slici 1. Sastoji se od troterminalne prekidačke ćelije koju čine kontrolisani prekidač i dioda, i filterskog dela koji čine kalem i kondenzator. U analizi konvertora će biti korišćena aproksimacija male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*). Po ovoj aproksimaciji napon kondenzatora se smatra konstantnim. Srednja vrednost struje kondenzatora je po argumentu naelektrisanja (*ampere-second balance, charge balance*) u ustaljenom stanju jednaka nuli. U analizi koja sledi prekidač i dioda će biti smatrani za idealne prekidačke elemente, karakterisane kratikm spojem kad vode i otvorenom vezom kad ne vode. Prekidač je eksterno kontrolisan logičkim signalom koji zadaje stanje prekidača.

Buck konvertor u kontinualnom režimu rada

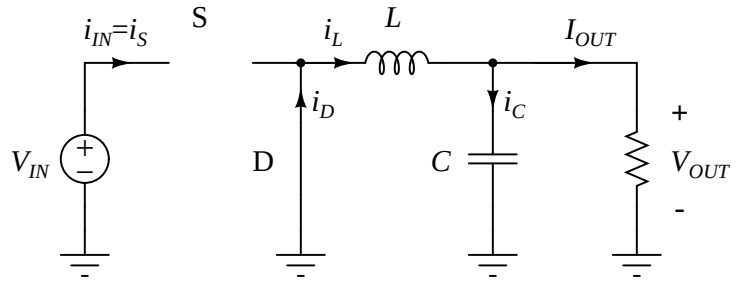
U kontinualnom režimu rada konvertora (*continuous conduction mode, CCM*) struja kalema je veća od nule tokom cele periode, što uslovljava da dioda ne prestaje da vodi tako što joj struja



Slika 1: Buck konvertor.



Slika 2: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 3: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada provodi dioda.

spontano padne na nulu, a da to nije uslovljeno promenom stanja prekidača. Ovakav režim rada znatno pojednostavljuje analizu kola, pošto se kolo može predstaviti nizom linearnih kola čije važenje je unapred određeno vremenom. Konkretnije, stanje prekidača je unapred zadata funkcija. Stanje diode je u slučaju kontinualnog režima rada komplement stanja prekidača, pa je i ono implicitno unaperd zadata funkcija. Ako je tokom jedne periode $0 < t < T_S$ prekidač uključen tokom $0 < t < DT_S$, a isključen tokom $DT_S < t < T_S$, ekvivalentno kolo konvertora za $0 < t < DT_S$ je prikazano na slici 2, dok je ekvivalentno kolo za $DT_S < t < T_S$ prikazano na slici 3.

U analizi konvertora najveći problem predstavlja određivanje stanja prekidačkih elemenata. Kada su stanja prekidačkih elemenata određena, ekvivalenta linearna kola se lako mogu rešiti. Prvi korak u rešavanju je određivanje napona na kalemu. Po aproksimaciji male talasnosti napona kondenzatora, vremenski dijagram napona na kalemu se sastoji iz segmenata na kojima je napon konstantan. Integraljenjem napona na kalemu se dobija struja kalema, čiji se vremenski dijagram sastoji iz linearnih segmenata, kao integral deo po deo konstantne funkcije. Početna vrednost struje kalema se naknadno određuje, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Znajući struju kalema i ekvivalentna kola konvertora, naponi i struje prekidačkih elemenata se određuju primenom Kirhofovih zakona. Na kraju se određuje struja kondenzatora primenom argumenta naelektrisanja (*ampere-second balance, charge balance*), po kojoj je jednosmerna komponenta struje kondenzatora jednaka nuli. Kako je kondenzator vezan paralelno sa potrošačem na kome je napon konstantan, paralelna veza potrošača i kondenzatora deli struju tako što celokupnu naizmeničnu komponentu preuzima kondenzator, dok celokupnu jednosmernu komponentu preuzima potrošač. Zato je struju kondenzatora bilo moguće odrediti tek na kraju, kada je poznat vremenski dijagram struje koja teče ka paralelnoj vezi kondenzatora i potrošača. Primenom ovakvog postupka analize dobijeni su izrazi za napone i struje dati u tabeli 1 kojima odgovaraju vremenski dijagrami prikazani na slici 4.

Na osnovu vremenskog dijagrama napona na kalemu prikazanog na slici 4 i argumenta fluksa (*volt-second balance*), srednja vrednost napona na kalemu je

$$DT_S\ (V_{IN} - V_{OUT}) + D'T_S\ (-V_{OUT}) = 0$$

Tabela 1: Naponi i struje buck konvertora, kontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	$D'T_S = (1-D)T_S$
v_L	$V_{IN} - V_{OUT}$	$-V_{OUT}$
i_L	$I_0 + \frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$
i_S	i_L	0
i_D	0	i_L
v_S	0	V_{IN}
v_D	V_{IN}	0
i_C	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$

u skladu sa senčenjem sa slike 4, odakle se može izračunati izlazni napon

$$V_{OUT} = DV_{IN}.$$

Srednja vrednost struje kalema je

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2}$$

što je prema argumentu anaelektrisanja (*ampere-second balance*) i Kirhofovom zakonu za struje ujedno i izlazna struja

$$I_{OUT} = I_L.$$

Ulazna struja se kao srednja vrednost struje prekidača prema dijagramu sa slike 4 dobija kao

$$I_{IN} = \frac{1}{T_S}\, DT_S\, \frac{I_0 + I_1}{2} = DI_L$$

što se svodi na

$$I_{IN} = DI_{OUT}.$$

Prenosni odnos konvertora se definiše kao

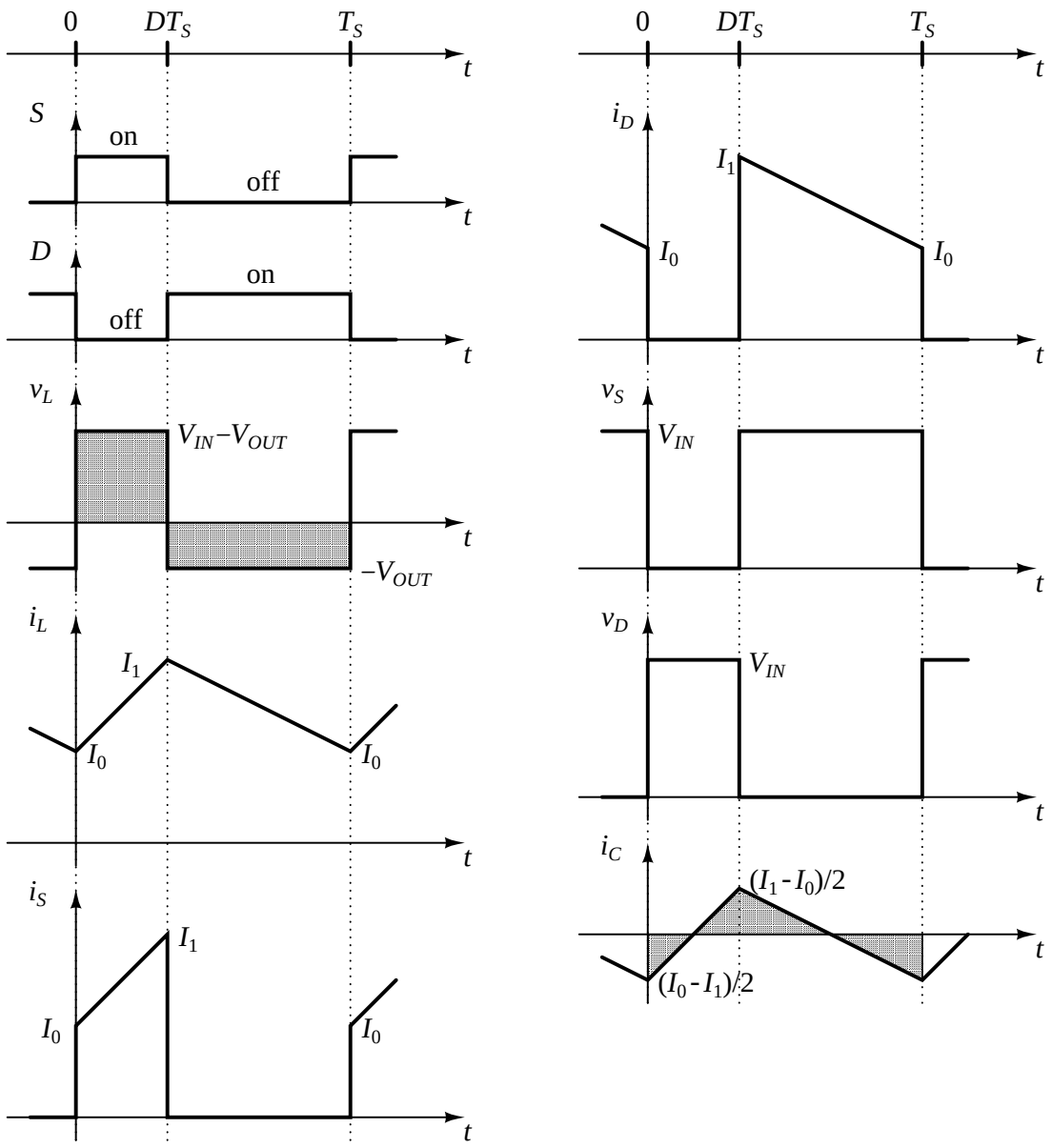
$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

i iznosi

$$M\,(D) = D.$$

Prenosni odnos konvertora je funkcija isključivo faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača (*duty ratio*).

Jednačina koja povezuje ulazni i izlazni napon sa jednačinom koja povezuje ulaznu i izlaznu struju daje sistem jednačina koje karakterišu dvoportnu mrežu koja je u ovom slučaju idealni transformator, pa se buck konvertor u kontinualnom režimu rada za srednje vrednosti struja i



Slika 4: Buck konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

napona može predstaviti ekvivalentnim kolom prikazanom na slici 5. Treba imati u vidu da su negativni priključci oba porta na istom potencijalu, dakle međusobno vezani, što je posledica činjenice da buck konvertor ne obezbeđuje galvansko razdvajanje.

Kako je

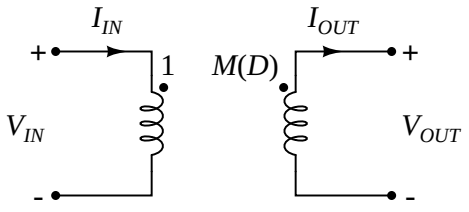
$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = \frac{V_{OUT}}{D} D I_{OUT} = V_{OUT}\, I_{OUT} = P_{OUT}$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je

$$\eta = 100\%.$$

Ovaj koeficijent korisnog dejstva je očekivan, pošto u kolu buck konvertora nema disipativnih elemenata. Naravno, u praksi će koeficijent korisnog dejstva biti manji od ovog teorijskog maksimuma, a da bi bio analitički predviđen potrebno je koristiti detaljnije modele elemenata konvertora, modele koji uključuju gubitke.

Konvertor radi u kontinualnom režimu kada je struja kalema tokom cele periode veća od



Slika 5: Model konvertora za srednje vrednosti struja i napona.

nule. Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} DT_S$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} DT_S.$$

Kako je iz jednačine za izlaznu struju

$$I_1 + I_0 = 2I_{OUT}$$

minimalna vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_{OUT} - \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2f_S L} D.$$

Ovo je ujedno i početna vrednost struje kalema koja se može odrediti tek pošto je izlazna struja poznata. Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_{OUT} + \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2f_S L} D.$$

Razlika između maksimalne i minimalne vrednosti struje kalema se zove *peak-to-peak ripple* struje kalema i iznosi

$$\Delta i_{Lp-p} = I_1 - I_0$$

dok je amplituda talasnosti struje kalema, takozvana "amplituda ripla"

$$\Delta i_L = \frac{1}{2} (I_1 - I_0).$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0$$

što se svodi na

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2f_S L} D.$$

Kako je na granici kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važeća veza između izlaznog i ulaznog napona izvedena za kontinualni režim, $V_{OUT} = DV_{IN}$, izlazna struja konvertora u kontinualnom režimu je

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN}}{2f_S L} D (1 - D).$$

Buck konvertor u diskontinualnom režimu rada

U diskontinualnom režimu rada (*discontinuous conduction mode, DCM*) struja kalema je u okviru periode tokom nekog intervala vremena jednaka nuli. Taj interval počinje spontanim gašenjem (prestankom provođenja) diode jer joj je struja dostigla nulu, a završava se ponovnim uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema buck konvertora tokom ovog intervala prikazana je na slici 6. Na osnovu prethodne analize, u diskontinualnom režimu rada izlazna struja je manja od kritične vrednosti

$$I_{OUT} < \frac{V_{IN}}{2f_S L} D\,(1-D)$$

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

$$V_{OUT} \neq DV_{IN}.$$

Konvertor će u diskontinualnom režimu rada biti rešen primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone su dati u tabeli 2, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 7.

U stanju kada ne vode ni prekidač ni dioda, prikazanom na slici 6, struja kalema je jednaka nuli, ali ne u smislu trenutnog prolaska kroz nulu, već je jednaka nuli na intervalu vremena, nuli kao konstanti, pa je

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.$$

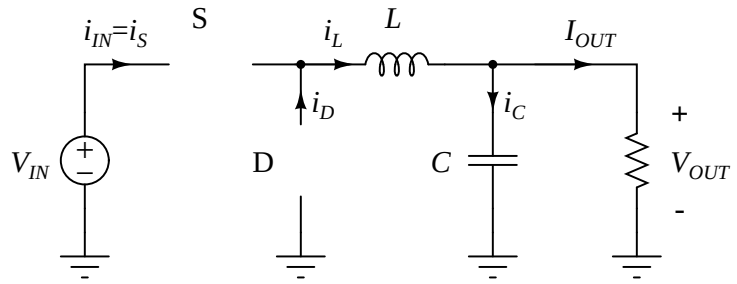
Ovaj teorijski rezultat se nikada ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima, kako će kasnije biti ilustrovano, jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu na kalemu i u naponima koji su za njega vezani, ali su varijacije struje kalema veoma male, obično jedva primetne. Treba imati u vidu da napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala u praksi nikada neće odgovarati teorijskom rezultatu koji je dat gornjom jednačinom i dijagramima prikazanim na slici 7. Ipak, svi (dobri) simulatori i slike prikazane u literaturi u intervalu kada ne vode ni prekidač ni dioda smatraju da je napon na kalemu jednak nuli, jer parazitne kapacitivnosti koje su potrebne za egzaktno određivanje napona na kalemu najčeće nisu poznate.

Interval u kome je struja kalema jednaka nuli se okončava uključenjem prekidača, pa je početna struja prekidača

$$I_0 = 0$$

što kao rezultat daje maksimalnu struju kalema i prekidača jednaku

$$I_1 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} DT_S$$



Slika 6: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.

Tabela 2: Naponi i struje buck konvertora, diskontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < (D + D_2)T_S$	$(D + D_2)T_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	D_2T_S	$(1 - D - D_2)T_S$
v_L	$V_{IN} - V_{OUT}$	$-V_{OUT}$	0
i_L	$\frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$	0
i_S	i_L	0	0
i_D	0	i_L	0
v_S	0	V_{IN}	$V_{IN} - V_{OUT}$
v_D	V_{IN}	0	V_{OUT}
i_C	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 7. Koristeći argument fluksa (*volt-second balance*), pošto je promena struje jednaka nuli integral napona na kalemu je jednak nuli

$$DT_S\ (V_{IN} - V_{OUT}) + D_2T_S\ (-V_{OUT}) = 0$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}D.$$

Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna promenljiva, već je funkcija napona u kolu. Ova činjenica presudno utiče na znatno složenije rešavanje kola u ustaljenom složenoperiodičnom režimu dok konvertor radi u diskontinualnom režimu. Najjednostavniji način rešavanja kola je da se pretpostavi izlazni napon, a zatim da se izlazna struja konvertora odredi u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara kola, što je moguće uraditi u zatvorenoj formi.

Izlazna struja konvertora je jednaka srednjoj vrednosti struje kalema

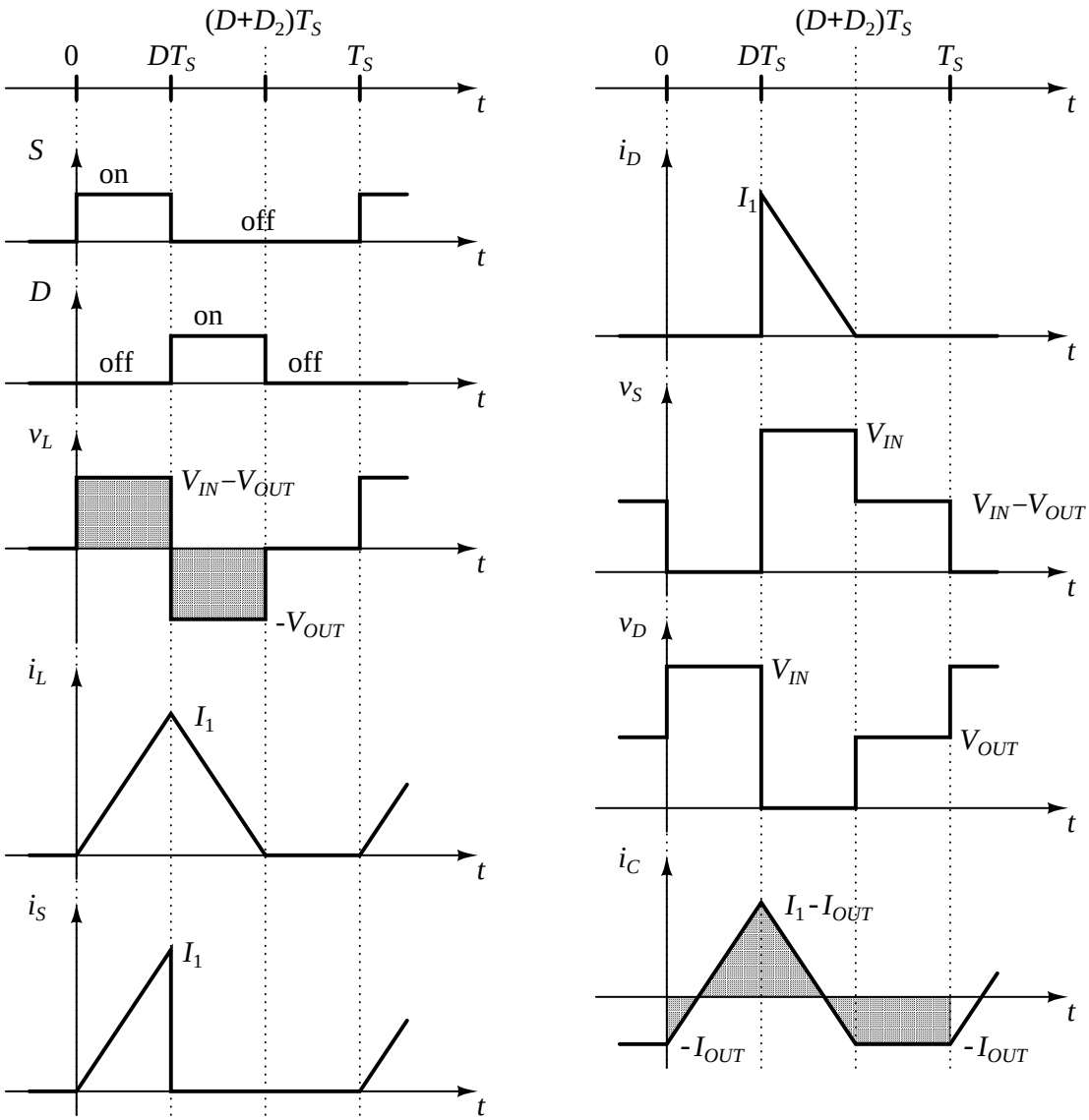
$$I_{OUT} = \overline{i_L} = \langle i_L \rangle = \frac{1}{T_S}\,\frac{1}{2}\,(D + D_2)\,T_S\,I_1 = \frac{1}{2}\,(D + D_2)\,I_1$$

i nakon zamene D_2 i I_1 se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2f_SL}V_{IN}\frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}.$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema jednačina koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Na primer, ako je potrošač naponski izvor V_{OUT}, izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Ako je potrošač linearni otpornik sa karakteristikom $V_{OUT} = R\ I_{OUT}$, jednačina po izlaznoj struji se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2f_SL}\,V_{IN}\,\frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}.$$



Slika 7: Buck konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

U cilju pojednostavljenja notacije povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu k definisanu kao

$$k = \frac{2f_S L}{R}$$

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}.$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u

$$M^2 + \frac{D^2}{k}M - \frac{D^2}{k} = 0$$

čije je rešenje

$$M\left(D,k\right) = \frac{D^2}{2k}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}}\right)$$

koje se često piše u formi

$$M\left(D,k\right) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}}}.$$

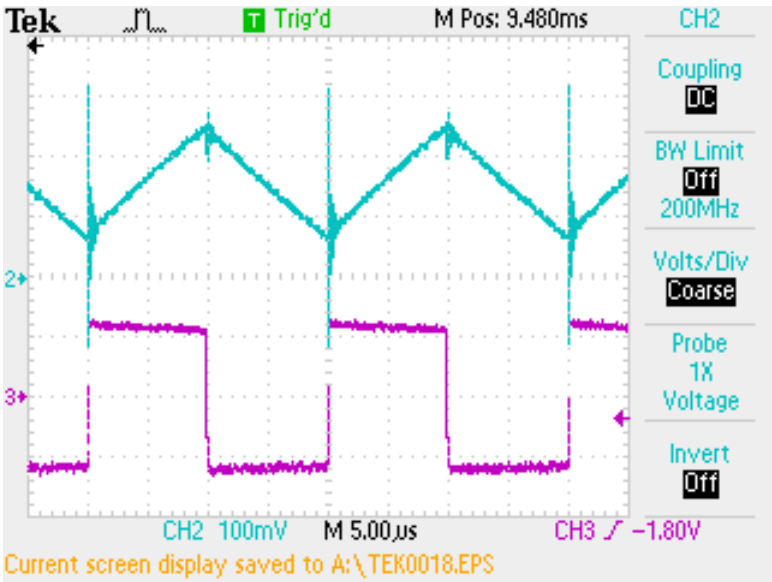
U diskontinualnom režimu rada prenosni odnos konvertora je funkcija D i k, odnosno izlazni napon konvertora je funkcija V_{IN}, D i k. Preko promenljive k izlazni napon zavisi od L, f_S i R, ali se ovi parametri ne pojavljuju u jednačini nezavisno, već samo vezani u k. Efekat ove osobine je da, na primer, dvostruko povećanje prekidačke frekvencije uz dvostruko smanjenje induktivnosti ne utiče na izlazni napon, pošto parametar k zadržava istu vrednost. Ovaj zaključak se odnosi samo na slučaj da je potrošač linearni otpornik, što u praksi najčešće nije slučaj. Štaviše, u praksi je karakteristika potrošača najčešće nepoznata, čak i samo poznavanje maksimalne struje koju konvertor treba da obezbedi (poznavanje sa razumnom pouzdanošću podatka) se smatra dobrom polaznom osnovom za projektovanje.

Eksperimentalni rezultati

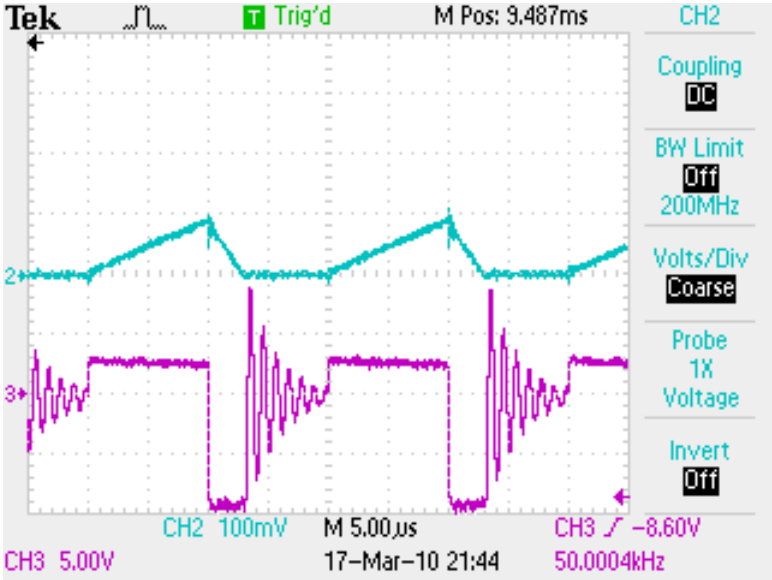
U cilju ilustracije veze između teorijskih modela koji su upravo razmatrani i fizičke realnosti, snimljeni su vremenski dijagrami struje kalema i napona na kalemu kod realizovanog buck konvertora. Dijagrami koji odgovaraju kontinualnom režimu rada su prikazani na slici 8, dok su dijagrami koji odgovaraju diskontinualnom režimu rada prikazani na slici 9. U oba slučaja plavi trag odgovara struji kalema, dok ljubičasti trag odgovara naponu na kalemu. Struja kalema je snimana kao napon na dodatom otporniku (šantu) kroz koji struja kalema protiče, dok je napon na kalemu sniman direktno.

U kontinualnom režimu rada, slika 8, napon i struja su u priličnoj saglasnosti sa teorijskim očekivanjima. Na dijagramu napona na kalemu se uočava da je argument fluksa (*volt-second balance*) zadovoljen i da je napon na kalemu deo po deo konstantna funkcija. Struja kalema je deo po deo linearna i neprekidna funkcija, kao što je ocekivano. U okolini trenutaka kada prekidač menja stanje u vremenskom dijagramu napona koji je proporcionalan struji kalema se uočavaju smetnje. Ove smetnje ne odgovaraju stvarnoj struji kalema, već su indukovane tokom promene stanja prekidača. Promene stanja prekidača uzrokuju prekidne struje, a prekidne struje uzrokuju elektromagnetne smetnje, utoliko jače ukoliko su prekidane struje veće.

U diskontinualnom režimu rada, ilustrovanom na slici 9, napon i struja tokom intervala kada vodi prekidač i tokom intervala kada vodi dioda odgovaraju teorijskim očekivanjima. U stanju kada ne vode ni prekidač ni dioda, uočava se talasanje napona na kalemu (*ringing*) uzrokovano oscilatornim kretanjem naelektrisanja između kalema i parazitinh kapacitivnosti. Kako ove oscilacije zavise od induktivnosti kalema i parazitnih kapacitivnosti koje najčešće nisu poznate,



Slika 8: Buck konvertor, struja i napon kalema, kontinualni režim rada.



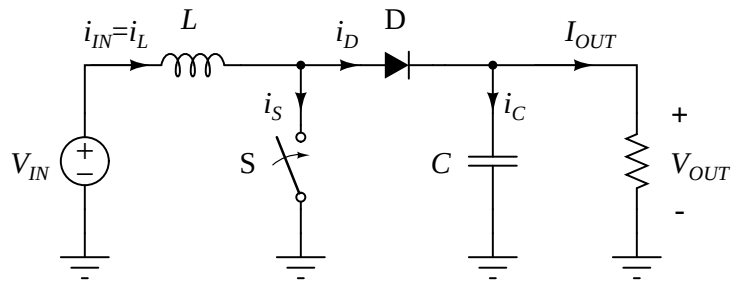
Slika 9: Buck konvertor, struja i napon kalema, diskontinualni režim rada.

u analizi se one gotovo uvek zanemaruju. Uočava se da su oscilacije napona na kalemu velike, ali da su oscilacije u struji kalema jedva primetne, sto je posledica malih parazitnih kapacitivnosti. Bez obzira na pomenute oscilacije, napon na kalemu zadovoljava argument fluksa (*volt-second balance*).

U dijagramu napona koji predstavlja struju kalema uočavaju se male smetnje tokom uključenja prekidača, velike smetnje tokom isključenja prekidača, dok se smetnje tokom gašenja diode ne uočavaju. Pojava smetnji je povezana sa prekidnim strujama u kolu. Tokom uključenja prekidača prekidna struja je struja gejta, struja koja donosi naelektrisanje na gejt i uključuje prekidački MOSFET. Tokom isključenja prekidača, dominantni uzrok smetnji je prekid struje samog prekidača, struje drejna prekidačkog MOSFET-a, mada mali doprinos daje i struja gejta koja odvodi naelektrisanje koje MOSFET drži uključenim. Nasuprot ovim pojavama, struja pri isključenju diode je kontinualna, linearno opada ka nuli i kada dostigne nulu tu se zadržava. Stoga u ovom slučaju promene stanja prekidačkog elementa nema indukovanih elektromagnetskih smetnji. Elektromagnetske smetnje su karakteristične za prekidačke konvertore i njihovo ograničavanje predstavlja značajan problem u praksi.

Boost konvertor

Isti skup elemenata koji je potreban za buck konvertor u drugačijoj konfiguraciji daje boost konvertor. Šema boost konvertora je data na slici 10. Analiza boost konvertora će biti izvršena pod istim pretpostavkama pod kojima je analiziran buck konvertor, a to su aproksimacija male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*) i pretpostavka da su prekidački elementi idealni.

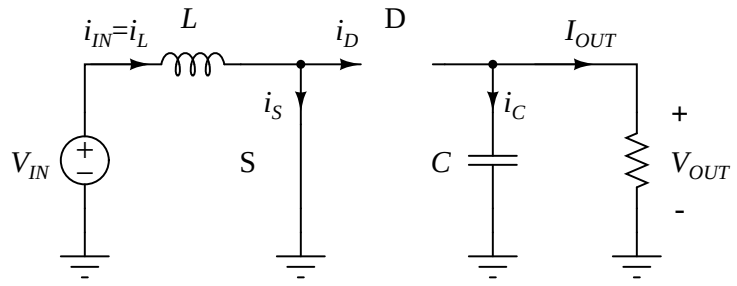


Slika 10: Boost konvertor.

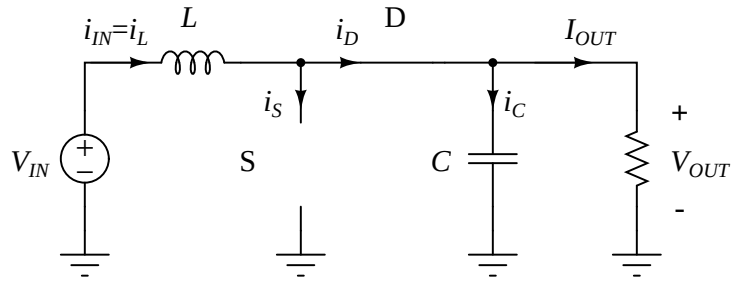
Boost konvertor u kontinualnom režimu rada

U kontinualnom režimu rada struja kalema je stalno veća od nule, tako da se od četiri kombinacije stanja provođenja prekidača i diode tokom periode prekidanja smenjuju samo dve: kada vodi prekidač i ne vodi dioda, kako je prikazano na slici 11, i kada ne vodi prekidač i vodi dioda, kako je prikazano na slici 12. Dakle, u kontinualnom režimu rada stanje prekidača implicira stanje diode. Konvertor se može opisati sa dva ekvivalentna linearna kola koja se smenjuju u isključivoj zavisnosti od vremena. Ova vrsta kola se naziva periodično prekidana linearna kola (*periodically switched linear circuits*).

Pod pretpostavkom ustaljenog stanja struja kalema na početku periode (I_0) mora biti jednaka struji kalema na kraju periode. Druga promenljiva stanja, napon na kondenzatoru,



Slika 11: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 12: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada provodi dioda.

Tabela 3: Naponi i struje boost konvertora, kontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	$D'T_S = (1-D)T_S$
v_L	V_{IN}	$V_{IN} - V_{OUT}$
i_L	$I_0 + \frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$
i_S	i_L	0
i_D	0	i_L
v_S	0	V_{OUT}
v_D	V_{OUT}	0
i_C	$i_D - I_{OUT}$	$i_D - I_{OUT}$

smatra se konstantnom tokom cele periode po aproksimaciji male talasnosti. Analizom kola pod navedenim pretpostavkama, slično kao u slučaju buck konvertora, dobijeni su izrazi za relevantne struje i napone prikazani u tabeli 3 i njima odgovarajući vremenski dijagrami prikazani na slici 13. Prvo je određen napon na kalemu, zatim je integraljenjem tog napona dobijena struja kalema, čija je početna vrednost određena tek na kraju, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Primenom Kirhofovih zakona su određeni naponi i struje ostalih elemenata. Poslednji je određen vremenski dijagram struje kondenzatora, pošto struja kondenzatora predstavlja naizmeničnu komponentu struje diode i može se odrediti tek kada je struja diode poznata tokom cele periode.

Na osnovu osenčenog vremenskog dijagrama sa slike 13 i argumenta fluksa (*volt-second balance*), srednja vrednost napona na kalemu je

$$DT_S\, V_{IN} + D'T_S\, (V_{IN} - V_{OUT}) = 0$$

što daje izlazni napon

$$V_{OUT} = \frac{1}{1-D}\, V_{IN}.$$

Srednja vrednost struje kalema je

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2}$$

što je prema konfiguraciji kola ujedno i ulazna struja

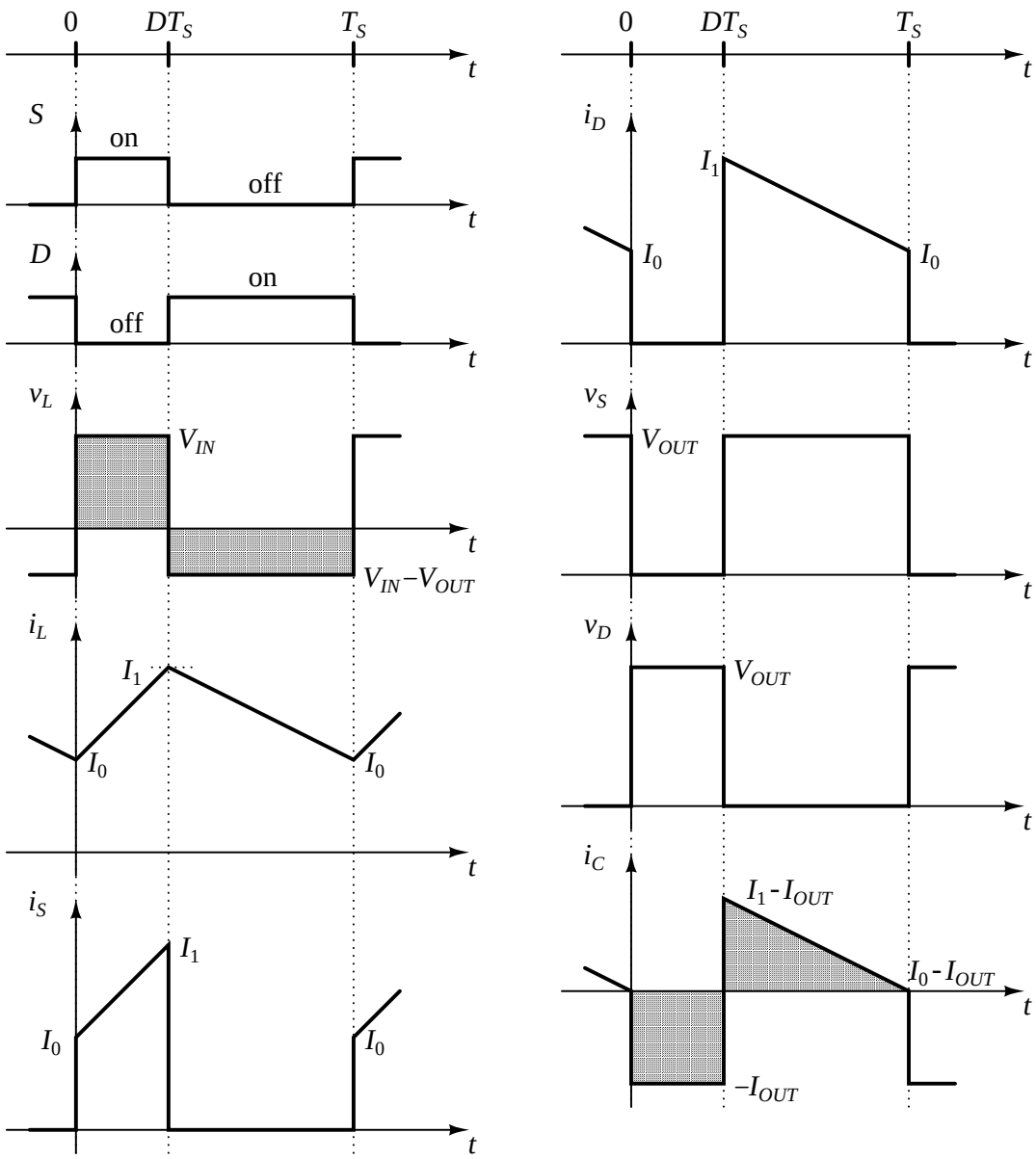
$$I_{IN} = I_L.$$

Izlazna struja se prema dijagramu sa slike 13 dobija kao

$$I_{OUT} = \frac{1}{T_S}\, D'T_S\, \frac{I_1 + I_0}{2} = D'I_L$$

što se svodi na

$$I_{OUT} = (1-D)\, I_{IN}.$$



Slika 13: Boost konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

Prenosni odnos konvertora iznosi

$$M\left(D\right) = \frac{1}{1-D}$$

i nelinearna je funkcija faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača. Ova nelinearnost ukazuje na moguću složenost u projektovanju regulatora. Prema uspostavljenim vezama između ulaznog napona, izlaznog napona, srednje vrednosti ulazne struje i izlazne struje, boost konvertor u kontinualnom režimu rada se može predstaviti modelom idealnog transformatora, slika 5, čiji je prenosni odnos jednak prenosnom odnosu konvertora.

Kako je

$$P_{IN} = V_{IN}\, I_{IN} = \left(1-D\right) V_{OUT}\, \frac{I_{OUT}}{1-D} = V_{OUT}\, I_{OUT} = P_{OUT}$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je

$$\eta = 100\%$$

što je očekivan rezltat pošto su korišćeni idealni modeli elemenata konvertora koji ne obuhvataju gubitke.

Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN}}{L} D T_S$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S$$

Kako je iz jednačine za ulaznu struju

$$I_1 + I_0 = 2 I_{IN}$$

minimalna, a ujedno i početna, vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_{IN} - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = \frac{I_{OUT}}{1 - D} - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D$$

dok je maksimalna vrednost struje kalema

$$I_1 = I_{IN} + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = \frac{I_{OUT}}{1 - D} + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D.$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0$$

što se svodi na

$$I_{IN} > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D$$

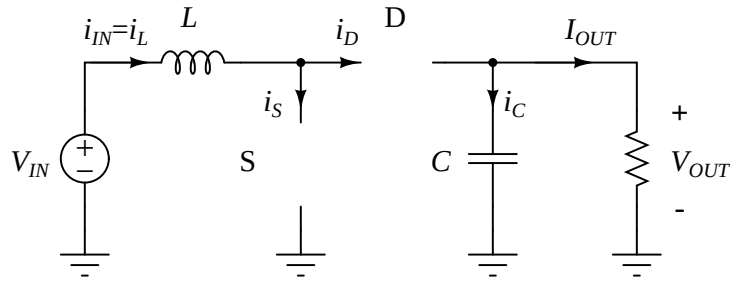
Kako je na granici kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važeća veza između ulazne i izlazne struje izvedena za kontinualni režim, uslov za rad boost konvertora u kontinualnom režimu se može svesti na

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D)$$

koji je po formi isti kao i za buck konvertor.

Boost konvertor u diskontinualnom režimu rada

Kao i kod buck konvertora, u diskontinualnom režimu rada (*discontinuous conduction mode, DCM*) boost konvertora struja kalema je tokom nekog intervala vremena u okviru periode jednaka nuli. Taj interval počinje spontanim gašenjem diode, a završava se ponovnim



Slika 14: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.

Tabela 4: Naponi i struje boost konvertora, diskontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < (D + D_2)T_S$	$(D + D_2)T_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	D_2T_S	$(1 - D - D_2)T_S$
v_L	V_{IN}	$V_{IN} - V_{OUT}$	0
i_L	$\frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$	0
i_S	i_L	0	0
i_D	0	i_L	0
v_S	0	V_{OUT}	V_{IN}
v_D	V_{OUT}	0	$V_{OUT} - V_{IN}$
i_C	$i_D - I_{OUT}$	$i_D - I_{OUT}$	$i_D - I_{OUT}$

uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema boost konvertora tokom ovog intervala je prikazana na slici 14. U diskontinualnom režimu rada izlazna struja je manja od kritične vrednosti

$$I_{OUT} < \frac{V_{IN}}{2f_SL}\,D\,(1 - D)$$

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

$$V_{OUT} \neq \frac{V_{IN}}{1 - D}.$$

Boost konvertor će u diskontinualnom režimu rada biti rešen primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone su dati u tabeli 4, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 15.

U stanju sa slike 14, struja kalema je jednaka nuli na intervalu vremena, pa je

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.$$

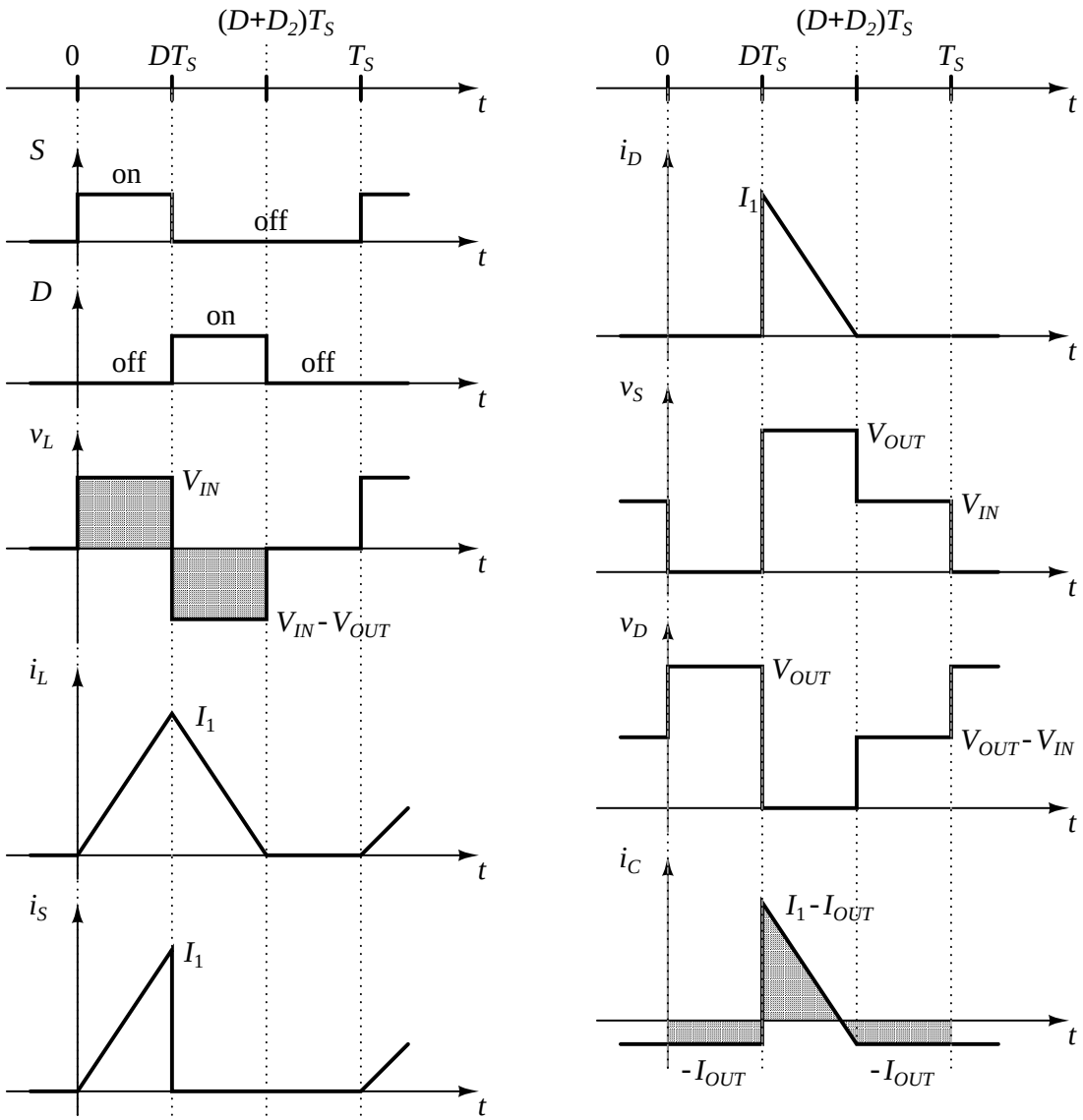
Kao i kod buck konvertora, ovaj teorijski rezultat se ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu, ali su varijacije struje obično jedva primetne. Napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala neće odgovarati teorijskom rezultatu koji je dat gornjom jednačinom i dijagramima prikazanim na slici 15.

Pošto se interval u kome je struja kalema jednaka nuli okončava uključenjem prekidača, početna struja prekidača je

$$I_0 = 0$$

što daje maksimalnu struju kalema i prekidača jednaku

$$I_1 = \frac{V_{IN}}{L}DT_S$$



Slika 15: Boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 15. Koristeći argument fluksa (*volt-second balance*), pošto je promena struje jednaka nuli integral napona na kalemu je jednak nuli

$$DT_S\ V_{IN} + D_2T_S\ \ (V_{IN} - V_{OUT}) = 0$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = \frac{V_{IN}}{V_{IN} - V_{OUT}} D.$$

Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna funkcija vremena, već je funkcija napona u kolu.

Izlazna struja konvertora je jednaka srednjoj vrednosti (jednosmernoj komponenti) struje diode

$$I_{OUT} = \overline{i_D} = \langle i_D \rangle = \frac{1}{T_S}\ \frac{1}{2}\ D_2T_S\ I_1 = \frac{1}{2} D_2 I_1$$

i nakon zamene D_2 i I_1 se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2f_SL}\ \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT} - V_{IN}}.$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema jednačina koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Na primer, ako je potrošač naponski izvor V_{OUT}, izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Ako je potrošač linearni otpornik sa karakteristikom $V_{OUT} = R\, I_{OUT}$, jednačina po izlaznoj struji se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT} - V_{IN}}.$$

U cilju pojednostavljenja notacije, isto kao i u slučaju buck konvertora, povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu k definisanu kao

$$k = \frac{2 f_S L}{R}$$

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}.$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u

$$M^2 - M - \frac{D^2}{k} = 0$$

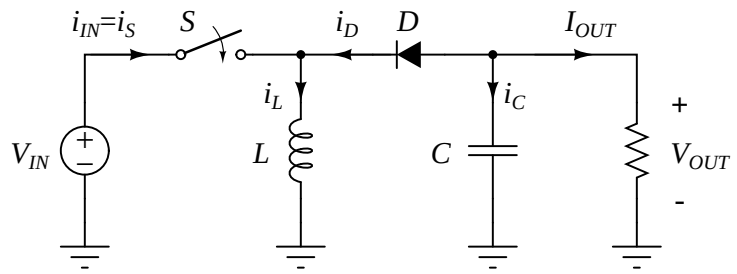
odakle se prenosni odnos konvertora dobija kao

$$M\left(D, k\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{k}}\right).$$

U diskontinualnom režimu rada kada je potrošač linearni otpornik prenosni odnos konvertora je funkcija D i k, odnosno izlazni napon konvertora je funkcija V_{IN}, D i k. Kao i kod buck konvertora, preko promenljive k izlazni napon zavisi od L, f_S i R, ali se ovi parametri ne pojavljuju u jednačini nezavisno, već samo vezani u k.

Buck-boost konvertor

Isti skup elemenata koji je potreban za formiranje buck konvertora i boost konvertora u trećoj konfiguraciji daje buck-boost konvertor. Šema buck-boost konvertora je data na slici 16. Analiza buck-boost konvertora će biti izvršena pod istim pretpostavkama pod kojima su analizirani buck konvertor i boost konvertor, a to su aproksimacija male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*) i pretpostavka da su prekidački elementi idealni.

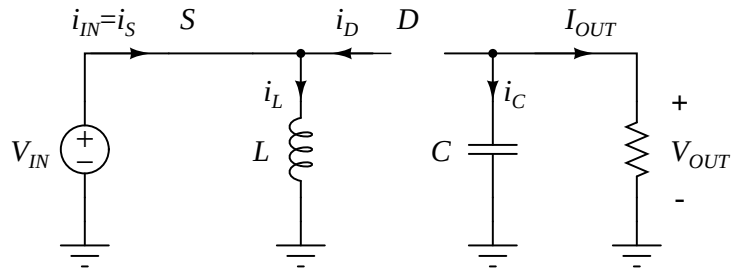


Slika 16: Buck-boost konvertor.

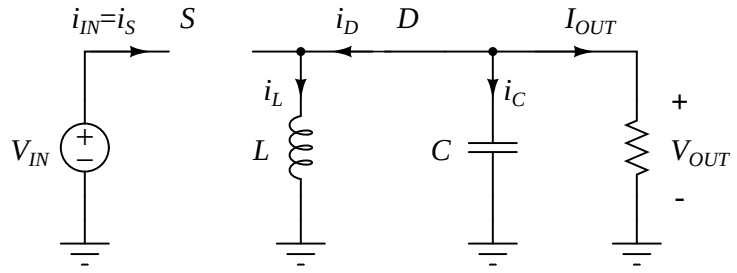
Buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada

Kao i kod ostalih konvertora, u kontinualnom režimu rada struja kalema je stalno veća od nule, tako da se od četiri kombinacije stanja provođenja prekidača i diode tokom periode prekidanja smenjuju samo dve: kada vodi prekidač i ne vodi dioda, kako je prikazano na slici 17, i kada ne vodi prekidač i vodi dioda, kako je prikazano na slici 18. I kod ovog konvertora u kontinualnom režimu rada stanje prekidača implicira stanje diode. Konvertor se opet može opisati sa dva ekvivalentna linearna kola koja se smenjuju u isključivoj zavisnosti od vremena.

Pod pretpostavkom ustaljenog stanja, struja kalema na početku periode (I_0) mora biti jednaka struji kalema na kraju periode. Druga promenljiva stanja, napon na kondenzatoru, smatra se konstantnom tokom cele periode po aproksimaciji male talasnosti. Analizom kola pod navedenim pretpostavkama, slično kao u slučaju buck konvertora i boost konvertora, dobijeni



Slika 17: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 18: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada provodi dioda.

Tabela 5: Naponi i struje buck-boost konvertora, kontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	$D'T_S = (1-D)T_S$
v_L	V_{IN}	V_{OUT}
i_L	$I_0 + \frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$
i_S	i_L	0
i_D	0	i_L
v_S	0	$V_{IN} - V_{OUT}$
v_D	$V_{IN} - V_{OUT}$	0
i_C	$-i_D - I_{OUT}$	$-i_D - I_{OUT}$

su izrazi za relevantne struje i napone prikazani u tabeli 5 i njima odgovarajući vremenski dijagrami prikazani na slici 19. Prvo je određen napon na kalemu, zatim je integraljenjem tog napona dobijena struja kalema, čija je početna vrednost određena tek na kraju, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Primenom Kirhofovih zakona su određeni naponi i struje ostalih elemenata. Kao i u prethodnim slučajevima, poslednji je određen vremenski dijagram struje kondenzatora.

Na osnovu osenčenog vremenskog dijagrama sa slike 19 i argumenta fluksa (*volt-second balance*), srednja vrednost napona na kalemu je

$$DT_S\, V_{IN} + D'T_S\, V_{OUT} = 0$$

što daje izlazni napon

$$V_{OUT} = -\frac{D}{1-D}\, V_{IN}.$$

Srednja vrednost struje kalema je

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2}.$$

Prema dijagramu sa slike 19, srednja vrednost ulazne struje je

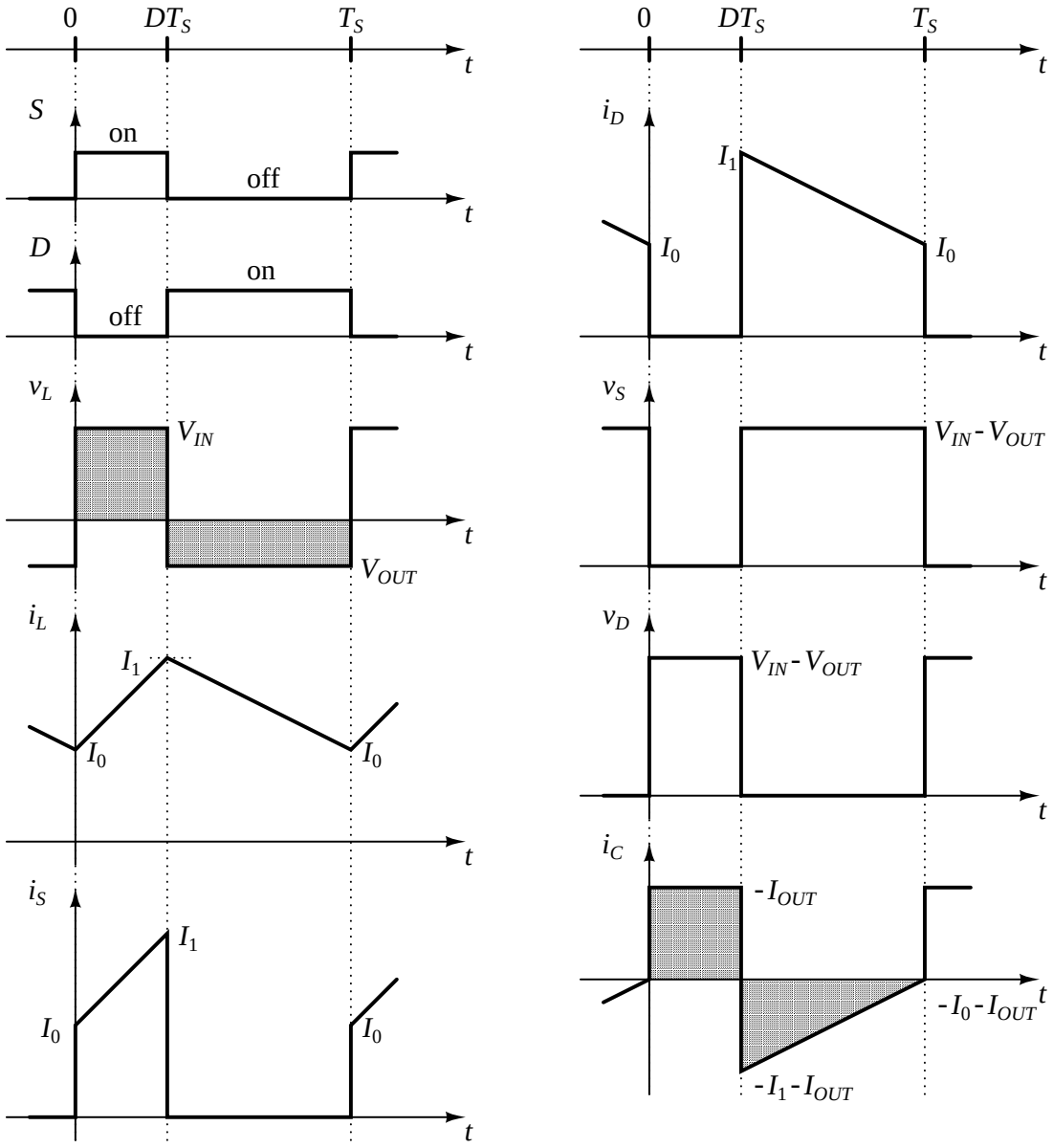
$$I_{IN} = \frac{1}{T_S}\, DT_S\, \frac{I_0 + I_1}{2} = DI_L.$$

Izlazna struja se, prema dijagramu struje diode sa iste slike, primenom Kirhofovih zakona i argumenta naelektrisanja (*ampere-second balance*) dobija kao

$$I_{OUT} = -\frac{1}{T_S}\, D'T_S\, \frac{I_1 + I_0}{2} = -D'I_L$$

što se svodi na

$$I_{OUT} = -\frac{1-D}{D} I_{IN}.$$



Slika 19: Buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

Kako je

$$P_{IN} = V_{IN}\ I_{IN} = \left(-\frac{1-D}{D}V_{OUT}\right)\left(-\frac{D}{1-D}I_{OUT}\right) = V_{OUT}\ I_{OUT} = P_{OUT}$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je

$$\eta = 100\%$$

što je očekivan rezltat pošto su korišćeni idealizovani modeli elemenata, bez gubitaka.

Prenosni odnos konvertora iznosi

$$M\left(D\right) = -\frac{D}{1-D}$$

i nelinearna je funkcija faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača. Kao i kod boost konvertora, nelinearnost ukazuje na moguću složenost u projektovanju regulatora. Prema uspostavljenim vezama između ulaznog napona, izlaznog napona, srednje vrednosti ulazne

struje i izlazne struje, buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada se može predstaviti modelom idealnog transformatora, slika 5, čiji je prenosni odnos jednak prenosnom odnosu konvertora.

Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN}}{L} D T_S$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S.$$

Kako je

$$I_1 + I_0 = 2 I_L$$

minimalna, a ujedno i početna, vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_L - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = -\frac{I_{OUT}}{1-D} - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D$$

dok je maksimalna vrednost struje kalema

$$I_1 = I_L + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = -\frac{I_{OUT}}{1-D} + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D.$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0$$

što se svodi na

$$I_L > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D.$$

Kako je na granici između kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važeća veza između izlazne struje i srednje vrednosti struje kalema izvedena za kontinualni režim, uslov za rad buck-boost konvertora u kontinualnom režimu se može svesti na

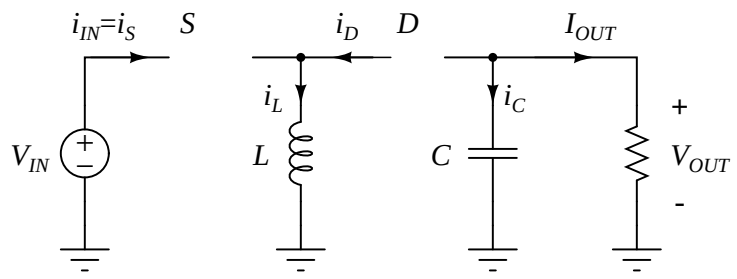
$$I_{OUT} < -\frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D).$$

Ovde treba imati u vidu da prema notaciji usvojenoj na slici 16 struja potrošača može imati samo negativne vrednosti. Stoga pri velikim opterećenjima, tj. velikim apsolutnim vrednostima struje potrošača, konvertor radi u kontinualnom režimu, dok pri malim opterećenjima, tj. malim apsolutnim vrednostima struje potrošača, konvertor radi u diskontinualnom režimu.

Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada

Kao i kod buck i boost konvertora, u diskontinualnom režimu rada (*discontinuous conduction mode, DCM*) buck-boost konvertora struja kalema je tokom nekog intervala vremena u okviru periode jednaka nuli. Taj interval počinje spontanim gašenjem diode, a završava ponovnim uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema buck-boost konvertora tokom ovog intervala prikazana je na slici 20. U diskontinualnom režimu rada izlazna struja je po apsolutnoj vrednosti manja od kritične vrednosti

$$|I_{OUT}| < \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D)$$



Slika 20: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.

Tabela 6: Naponi i struje buck-boost konvertora, diskontinualni režim rada.

t	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < (D + D_2)T_S$	$(D + D_2)T_S < t < T_S$
trajanje	DT_S	D_2T_S	$(1 - D - D_2)T_S$
v_L	V_{IN}	V_{OUT}	0
i_L	$\frac{v_L}{L}t$	$I_1 + \frac{v_L}{L}(t - DT_S)$	0
i_S	i_L	0	0
i_D	0	i_L	0
v_S	0	$V_{IN} - V_{OUT}$	V_{IN}
v_D	$V_{IN} - V_{OUT}$	0	$-V_{OUT}$
i_C	$-i_D - I_{OUT}$	$-i_D - I_{OUT}$	$-i_D - I_{OUT}$

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

$$V_{OUT} \neq -\frac{D}{1-D}V_{IN}.$$

Konvertor će i u ovom slučaju biti rešen primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru (*linear ripple approximation*). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone su dati u tabeli 6, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 21.

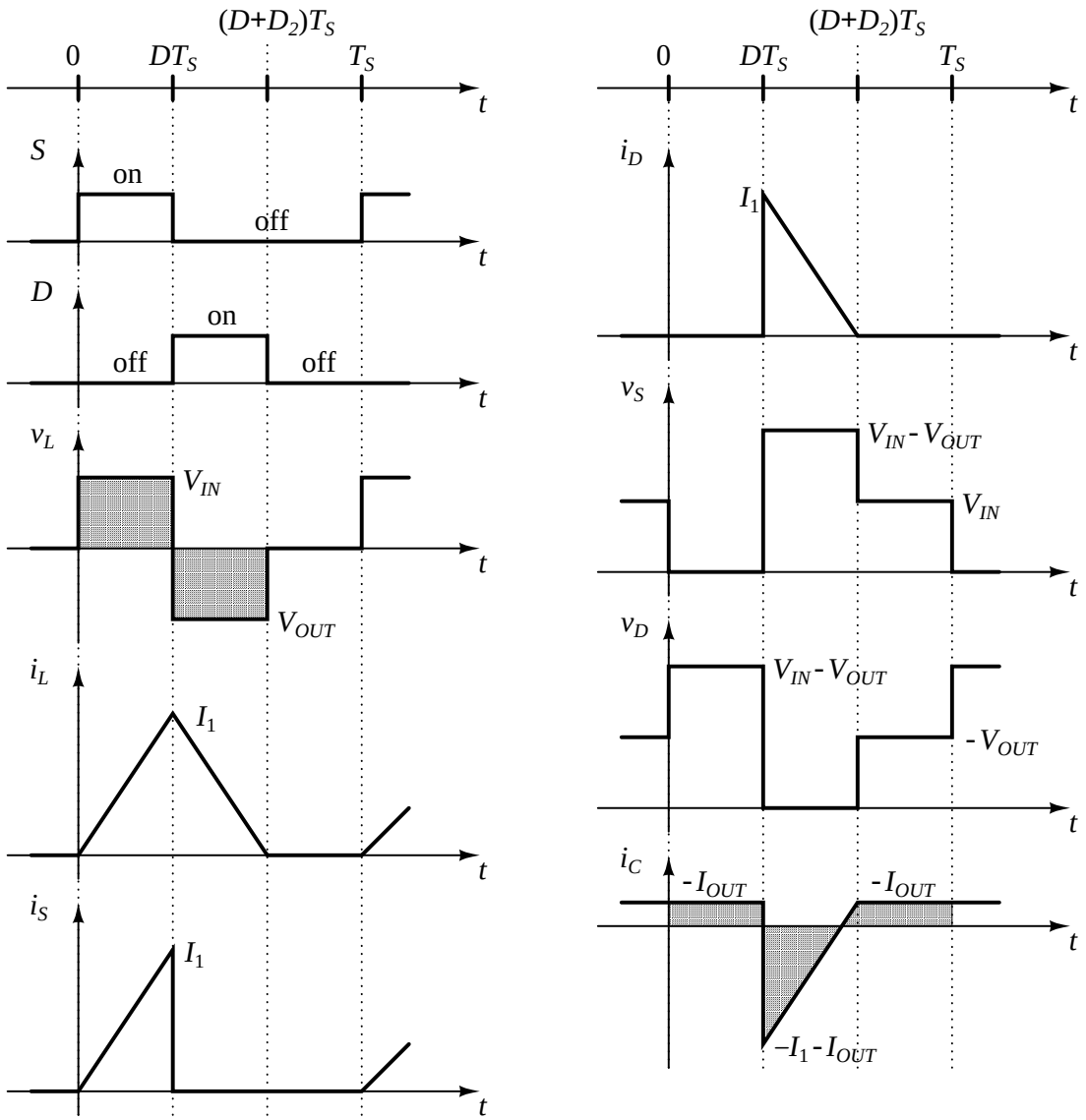
U stanju sa slike 20, struja kalema je jednaka nuli na intervalu vremena, pa je

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.$$

Kao i kod ostalih konvertora, ovaj teorijski rezultat se ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu, ali su varijacije struje obično jedva primetne. Napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala neće odgovarati dijagramima prikazanim na slici 21.

Pošto se interval u kome je struja kalema jednaka nuli okončava uključenjem prekidača, početna struja kalema je

$$I_0 = 0$$



Slika 21: Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

što daje maksimalnu struju kalema jednaku

$$I_1 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S$$

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 21. Koristeći karakteristiku kalema u integralnoj formi, pošto je promena struje jednaka nuli i integral napona na kalemu je jednak nuli

$$D T_S \, V_{IN} + D_2 T_S \, V_{OUT} = 0$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = -\frac{V_{IN}}{V_{OUT}} D.$$

Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna funkcija vremena, već je funkcija napona u kolu.

Prema Kirhofovom zakonu za struje i argumentu naelektrisanja, izlazna struja konvertora je

$$I_{OUT} = -\overline{i_D} = -\langle i_D \rangle = -\frac{1}{T_S} \, \frac{1}{2} \, D_2 T_S \, I_1 = -\frac{1}{2} D_2 I_1$$

i nakon zamene D_2 i I_1 se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT}}.$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Ako je potrošač naponski izvor V_{OUT}, izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Ako je potrošač linearni otpornik sa karakteristikom $V_{OUT} = R\, I_{OUT}$, jednačina po izlaznoj struji se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT}}.$$

U cilju pojednostavljenja notacije, kao i u slučaju buck i boost konvertora, povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu k definisanu kao

$$k = \frac{2f_S L}{R}$$

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}.$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u

$$M^2 - \frac{D^2}{k} = 0$$

odakle se prenosni odnos konvertora dobija kao

$$M\,(D, k) = -\frac{D}{\sqrt{k}}.$$

U diskontinualnom režimu rada kada je potrošač linearni otpornik prenosni odnos konvertora je funkcija D i k, odnosno izlazni napon konvertora je funkcija V_{IN}, D i k. Kao i kod ostalih konvertora, preko promenljive k izlazni napon zavisi od L, f_S i R, ali se ovi parametri ne pojavljuju nezavisno, već samo vezani u k.

Buck-boost konvertor kao emulator otpornosti

Kako je ranije izvedeno, srednja vrednost ulazne struje buck-boost konvertora u diskontinualnom režimu je data sa

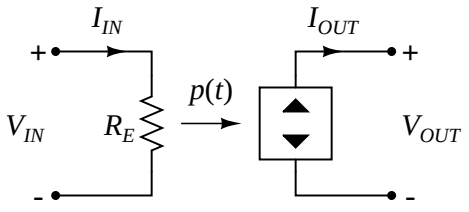
$$I_{IN} = \frac{D^2}{2f_S L} V_{IN}$$

i pri konstantnim vrednostima ostalih parametara je linearna funkcija ulaznog napona V_{IN}. Stoga je

$$\frac{V_{IN}}{I_{IN}} = R_E = \frac{2f_S L}{D^2}$$

i pri konstantnim vrednostima D, f_S i (podrazumevano) L, buck-boost konvertor se sa ulaznog porta za srednje vrednosti struja i napona vidi kao linearni otpornik otpornosti R_E. Ta otpornost se naziva "emulirana otpornost". Snaga koju emulirana otpornost uzima iz izvora V_{IN} je

$$P_{IN} = V_{IN}\, I_{IN} = \frac{D^2}{2f_S L} V_{IN}^2.$$



Slika 22: Otpornik bez gubitaka.

Prema ranije izvedenom rezultatu za izlaznu struju buck-boost konvertora u diskontinualnom režimu rada

$$P_{OUT} = V_{OUT}\, I_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN}^2 = P_{IN}$$

pa je celokupna snaga preuzeta na ulazu predata na izlazu, a koeficijent korisnog dejstva je $\eta = 100\%$. Ovo je očekivan rezultat pošto u samom kolu konvertora nema disipativnih elemenata. Dakle, celokupna snaga preuzeta na ulaznom portu koji emulira otpornost predaje se izlaznom portu. Ova činjenica je bila povod za uvođenje novog elementa u teoriju električnih kola koji je nazvan otpornik bez gubitaka (*loss-free resistor*), a čiji simbol je je prikazan na slici 22. Otpornik bez gubitaka je nelinearni rezistivni dvoportni element koji na ulaznom portu emulira otpornost, dok na izlaznom portu predaje svu snagu koju je ulazni port preuzeo iz kola u koje je vezan. Stoga, izlazni port je modelovan kao izvor snage, element kod koga je definisana snaga, a ne ni napon ni struja pojedinačno. Upravo izvor konstantne snage na izlaznom portu čini otpornik bez gubitaka nelinearnim elementom.

Otpornik bez gubitaka nije element koji ima isključivo teorijsku vrednost pošto se koristi kao model idealnog ispravljača. Štaviše, buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, kao i flyback konvertor koji je izveden iz buck-boost konvertora i koji će biti kasnije razmatran, mogu da se koriste u ispravljačima sa visokim faktorom snage baš zbog činjenice da na ulaznom portu prirodno emuliraju otpornost i ne zahtevaju složenu regulaciju. Nedostatak ovakvog rešenja su velike kondukcione smetnje, što će biti razmatrano kasnije.