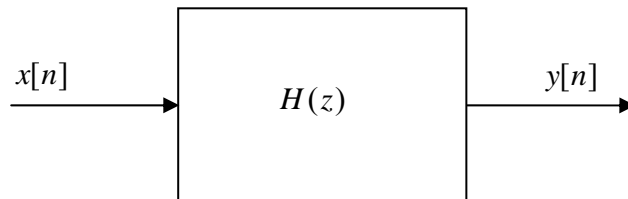


Digitalna obrada signala – Odsek za elektroniku Kolokvijum, maj 2006.

Zadatak 1 (40 poena)

Signal $x[n] = B_0 \cos(2\pi f_0 n) + B_1 \cos(2\pi f_1 n)$, $0 \leq n \leq 32768$ se dovodi na ulaz sistema H čija je funkcija prenosa data izrazom:

$$H(z) = 7.6991e-009 \frac{(z-(-1.0002)) \cdot (z-(-1.0000 + 0.0002i)) \cdot (z-(-1.0000 - 0.0002i)) \cdot (z-(-0.9998))}{(z-(0.9927 + 0.0173i)) \cdot (z-(0.9927 - 0.0173i)) \cdot (z-(0.9827 + 0.0071i)) \cdot (z-(0.9827 - 0.0071i))}$$



Učestanost odabiranja u sistemu je $F_s = 10 \text{ kHz}$, a parametri signala $x[n]$ su: $B_0 = 1.1606e+004$, $B_1 = 2.9768e+004$, $f_0 = \frac{F_0}{F_s}$, $f_1 = \frac{F_1}{F_s}$, $F_0 = \frac{1}{380} 10^4 \text{ Hz}$, $F_1 = \frac{1}{120} 10^4 \text{ Hz}$. Signal $y[n]$ na izlazu sistema je potrebno modifikovati (izvršiti odsecanje) Kajzerovom prozorskom funkcijom tako da se postigne optimalan odnos između dužine sekvence, frekvencijske rezolucije i curenja spektra. Parametri β i N Kajzerove prozorske funkcije se računaju prema relacijama

$$\beta = \begin{cases} 0 & A_{sl} \leq 13.26 \text{ dB} \\ 0.76609(A_{sl} - 13.26)^{0.4} + 0.09834(A_{sl} - 13.26); & 13.26 \text{ dB} < A_{sl} \leq 60 \text{ dB} \\ 0.12438(A_{sl} + 6.3) & 60 \text{ dB} < A_{sl} \leq 120 \text{ dB} \end{cases}$$

$$N \approx \frac{24\pi(A_{sl} + 12)}{155\Delta\omega_0} + 1$$

gde je A_{sl} slabljenje bočnih lukova, a $\Delta\omega_0$ širina glavnog luka.

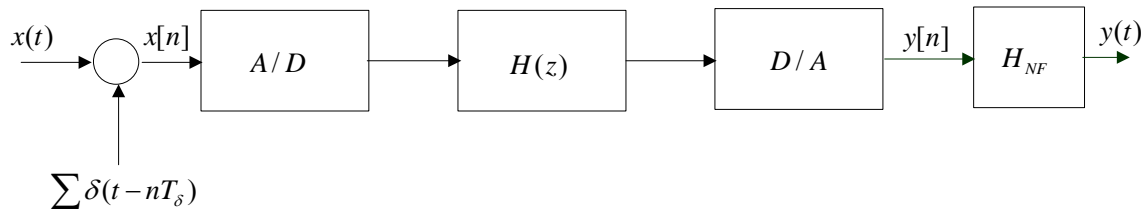
1. Nacrtati spektar signala $x[n]$, na ulazu u sistem u opsegu $0 < f < 100 \text{ Hz}$.
2. Nacrtati spektar signala $y[n]$, na izlazu iz sistema u opsegu $0 < f < 100 \text{ Hz}$.
3. Nacrtati prvih dvadeset odbiraka spektra signala $y[n]$ posle modifikacije Kajzerovom prozorskom funkcijom, signal $y_m[n]$, kao i prvih dvadeset odbiraka spektra signala koji bi se dobio prostim odsecanjem signala $y[n]$, signal $y_n[n]$.
4. Koju funkciju obavlja blok H .

Napomene:

Prilikom računanja koeficijenata prenosne funkcije koristiti naredbu $[b, a] = \text{zp2tf}(z, p, k)$. Funkcija $N = \text{ceil}(x)$, zaokružuje broj x , na prvi veći ceo broj. Transponovanje vektora b se vrši sa $b^T = [\dots]$.

Zadatak 2 (60 poena)

Na slici je prikazan sistem za digitalnu obradu signala.



Povorka Dirakovih impulsa ima učestanost $f_\delta = 10\text{kHz}$.

Kada se na ulaz sistema dovede signal $x(t) = 0.5 \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + 0.7 \cos(2\pi f_3 t)$, na izlazu iz sistema se dobija signal $y(t) = B_1 \cos(2\pi f_1 t) + B_2 \cos(2\pi f_2 t) + B_3 \cos(2\pi f_3 t)$.

Ako je $f_1 \geq 1875\text{Hz}$, $f_3 \leq 3125\text{Hz}$ i $f_2 = 2420.6\text{Hz}$, za koeficijente B_1, B_2, B_3 treba da važi $B_1 \geq 0.4456$, $B_3 \geq 0.6238$, $B_2 = 1$.

Ako je $f_1 \leq 1750\text{Hz}$, $f_3 \geq 3250\text{Hz}$ i $f_2 = 2420.6\text{Hz}$, za koeficijente B_1, B_2, B_3 treba da važi $B_1 \leq 0.02811$, $B_3 \leq 0.03936$, $B_2 = 1$.

1. Odrediti funkciju prenosa digitalnog filtra $H(z)$, tako da se zadovolje uslovi oko koeficijenata B_1, B_2, B_3 , signala $y(t)$, za zadati signal $x(t)$. Amplitudska karakteristika digitalnog filtra treba da bude strogo monotona za učestanosti $f \leq 1750\text{Hz}$ i $f \geq 3250\text{Hz}$, pri čemu je red filtra minimalan. Sintezu najpre izvršiti u analognom domenu (nacrtati amplitudsku karakteristiku analognog ekvivalenta $H(s)$ za opseg učestanosti $0 < f < f_\delta/2$) a zatim primenom impulsno invarijantne transformacije preslikati analogni ekvivalent u digitalni ($H(s) \rightarrow H(z)$). Nacrtati amplitudsku karakteristiku funkcije $H(z)$ za $0 < \omega < \pi$
2. Primenom bilinearne transformacije preslikati analogni ekvivalent iz prethodne tačke u digitalni ($H(s) \rightarrow H(z)$), direktnom smenom $s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ u izraz za $H(s)$. Nacrtati amplitudsku karakteristiku funkcije $H(z)$ za $0 < \omega < \pi$. Objasniti dobijenu razliku u amplitudskoj karakteristici digitalnog filtra u odnosu na prethodni slučaj. Da li će dobijeni digitalni filter u sklopu digitalnog sistema sa slike zadovoljiti zahteve u pogledu koeficijenata B_1, B_2, B_3 , signala $y(t)$, za varijaciju učestanosti f_1 i f_3 .
3. Kroz digitalni filter ($H(z)$) projektovan u tački 1. propuštaju se signali

$$x_1[n] = \cos(2\pi \frac{f_{p1}}{f_\delta} n) + \cos(2\pi \frac{f_0}{f_\delta} n) + \cos(2\pi \frac{f_{p2}}{f_\delta} n) \quad \text{i} \quad x_2[n] = \cos(2\pi \frac{f_{s1}}{f_\delta} n) + \cos(2\pi \frac{f_0}{f_\delta} n) + \cos(2\pi \frac{f_{s2}}{f_\delta} n)$$

koji su dobijeni diskretizacijom odgovarajućih analognih ekvivalenata. Učestanosti signala su $f_{p1} = 1875\text{Hz}$, $f_{p2} = 3125\text{Hz}$, $f_{s1} = 1750\text{Hz}$, $f_{s2} = 3250\text{Hz}$, $f_0 = \sqrt{f_{p1} f_{p2}} = 2420.6\text{Hz}$. Generisati ove signale u $N=1024$ tačaka, i nacrtati spektre signala $y_1[n]$ i $y_2[n]$ koji se dobijaju na izlazu digitalnog filtra. Spektre je potrebno nacrtati u opsegu učestanosti $-\frac{f_\delta}{2} < f < \frac{f_\delta}{2}$. Komentarisati dobijene rezultate.