

1. Trajanje ispita 180 minuta.
2. Ispit se radi u vežbanci.
3. Na naslovnoj strani **obavezno** zaokružiti redne brojeve zadataka koji su rađeni.

Zadatak 1 (25 poena)

Dat je signal $x[n]$ dobijen odabiranjem analognog signala $x(t)$:

$$x[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n-2] - \delta[n-3] - \frac{1}{2}\delta[n-4] + \frac{1}{2}\delta[n-5].$$

- a) [5] Odrediti po definiciji DTFT vrednosti $X(\frac{2\pi}{6})$ i $X(\frac{3\pi}{8})$ transformacije signala $x[n]$.
- b) [5] Odrediti po definiciji DFT vrednosti harmonijskih komponenti signala $x[n]$.
- c) [10] Nacrtajte šemu koja realizuje *radix-2* FFT algoritam za izračunavanje diskretne Furijeove transformacije u 8 tačaka korišćenjem preuređivanja u vremenskom domenu.
- d) [5] Korišćenjem šeme iz tačke c) izračunajte $X[k]$, DFT sekvence $x[n]$. Na šemi naznačite odgovarajuće ulazne vrednosti, vrednosti međurezultata i izlazne vrednosti.

Zadatak 2 (25 poena)

Potrebno je projektovati digitalni IIR filter nepropusnik opsega iz analognog Batervortovog prototipa. Specifikacije filtra su: prva granična učestanost nepropusnog opsega $\Omega_{a1} = 9/20$, prva granična učestanost propusnog opsega $\Omega_{p1} = 1/4$, širina nepropusnog opsega $B = 2$, maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu $\alpha_p = 3$ dB i minimalno slabljenje u nepropusnom opsegu $\alpha_a = 23$ dB. Učestanost odabiranja signala na ulazu u filter je $f_s = 2$ Hz.

- a) [15] Odredite granične učestanosti ω_{pN} i ω_{aN} normalizovanog analognog NF prototipa bez predistorzije učestanosti, a zatim odredite minimalni red NF prototipa kojim će se zadovoljiti definisane specifikacije.
- b) [5] Odredite prenosnu funkciju analognog prototipa nepropusnika opsega.
- c) [5] S obzirom na to da nije urađena predistorzija učestanosti, bilinearna transformacija će dati pogrešne specifikacije u digitalnom domenu. Da li je moguće preći u digitalni domen impulsno invarijantnom transformacijom? Obrazložite odgovor.

Zadatak 3 (25 poena)

Potrebno je projektovati FIR filter propusnik opsega 6. reda sa konstantnim grupnim kašnjenjem sintezom pomoću trougaone prozorske funkcije i impulsnog odziva idealnog filtra. Propusni opseg je između učestanosti $\pi/3$ i $2\pi/3$.

- a) [7] Izračunajte impulsni odziv $h[n]$ idealnog filtra propusnika opsega učestanosti.
- b) [3] Odredite i skicirajte trougaoni prozor koji je potrebno iskoristiti za projektovanje FIR filtra.
- c) [5] Odredite impulsni odziv traženog FIR filtra korišćenjem rezultata iz tačaka a) i b). Koliko je grupno kašnjenje signala kroz filter?
- d) [5] Skicirajte transponovanu realizaciju filtra iz c).
- e) [5] Ako su u realizaciji pod d) kašnjenja sabirača $t_{p,add} = 1 \mu s$ i kašnjenja množača $t_{p,mul} = 10 \mu s$, kolika je maksimalna učestanost odabiranja u sistemu da bi sistem ispravno radio?

Zadatak 4 (25 poena)

a) [5] Digitalni kauzalni rekurzivni filter prvog reda definisan je sledećom diferencnom jednačinom

$$y[n] = -\frac{5}{8}y[n-1] + x[n].$$

Ako je pobudni signal $x[n] = \frac{3}{8}\delta[n]$ i $y[-1] = 0$ proveriti da li postoji granični ciklus zbog zaokruživanja rezultata

$$y[n] = Q_r \left\{ -\frac{5}{8}y[n-1] + x[n] \right\}.$$

b) [5] Digitalni kauzalni rekurzivni filter prvog reda definisan je sledećom diferencnom jednačinom

$$y[n] = -\frac{5}{8}y[n-1] + x[n].$$

Ako je pobudni signal $x[n] = \frac{3}{8}\delta[n]$ i $y[-1] = 0$ proveriti da li postoji granični ciklus zbog odsecanja rezultata

$$y[n] = Q_t \left\{ -\frac{5}{8}y[n-1] + x[n] \right\}.$$

c) [10] Digitalni kauzalni rekurzivni filter drugog reda definisan je sledećom diferencnom jednačinom

$$y[n] = \frac{7}{8}y[n-1] - \frac{5}{8}y[n-2] + x[n].$$

Ako je pobudni signal $x[n] = \frac{3}{8}\delta[n]$ i $y[-1] = y[-2] = 0$ proveriti da li postoji granični ciklus zbog zaokruživanja rezultata

$$y[n] = Q_r \left\{ \frac{7}{8}y[n-1] - \frac{5}{8}y[n-2] + x[n] \right\}.$$

d) [5] Da je u tački c) umesto IIR filtra korišćen FIR filter sa sličnim karakteristikama kako bi mogla da se izbegne eventualna pojava graničnog ciklusa?

Pobudni signal i izlazni signal su četvorobitni u drugom komplementu sa fiksnom tačkom iza bita najveće težine (bita znaka). Međurezultati množenja i sabiranja se rade sa dovoljnim brojem bita da se ne gubi na tačnosti operacija.

Odsecanje procesor radi na sledeći način

$$Q_t \{ b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} b_{-5} b_{-6} \dots \} \rightarrow b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} 000 \dots \rightarrow b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3}$$

bez obzira da li je broj negativan ili pozitivan.

Uočiti

$$b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} = b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} 000 \dots = b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} b_{-5} b_{-6} \dots - 0.000 b_{-4} b_{-5} b_{-6} \dots$$

Zaokruživanje procesor radi na sledeći način

$$Q_r \{ b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} b_{-5} b_{-6} \dots \} \rightarrow Q_t \{ b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} \mathbf{b_4} b_{-5} b_{-6} \dots + 0.000100 \dots \},$$

bez obzira na to da li je broj negativan ili pozitivan.

Uočiti da za pozitivne brojeve važi:

$b_{-4} = 1$ ako je necelobrojni (razlomljeni) deo vrednosti $R\{(b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} b_{-5} \dots) \times 8\} \geq 0.5$, dok za negativne brojeve važi:

$b_{-4} = 1$ ako je necelobrojni (razlomljeni) deo vrednosti $R\{(1 + b_0 \cdot b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} b_{-5} \dots) \times 8\} \geq 0.5$.