

1. Trajanje ispita 180 minuta.
2. Ispit se radi u vežbanci.
3. Na naslovnoj strani **obavezno** zaokružiti redne brojeve zadataka koji su rađeni.

Zadatak 1 (20 poena)

Data je sekvenca $x[n]$:

$$x[n] = 2\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-3].$$

- a) Izračunajte DFT ove sekvence $X[k]$ u $N = 5$ tačaka.
- b) Izračunajte sekvencu $y[n]$ kao IDFT sekvence $Y[k] = X[k]^2$.
- c) Za koje $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ je sekvenca $y[n]$ određena u tački b) jednaka linearnoj konvoluciji $y_{\text{lin}}[n] = x[n] * x[n]$?
- d) Koliko treba da bude N da bi važiolo $y[n] = y_{\text{lin}}[n]$ za svako n ?

Zadatak 2 (15 poena)

- a) Na ulasku u FFT algoritam (*radix 2*) se nalazi sekvenca ulaznog signala odabranog u 16 tačaka. Ako je potrebno da se na izlazu pojavi sekvenca frekventnih komponentata u tačnom redosledu, kako treba preurediti ulazni niz? Navedite redosled.
- b) Ako je sekvenca iz tačke a) dobijena odabiranjem sinusoide čija je učestanost $f = 5$ kHz i ako je učestanost odabiranja $f_s = 16$ kHz, kolika je vrednost modula spektralne komponente na 5. poziciji u izlaznoj sekvenci? Kolika je ova vrednost ako je učestanost sinusoide $f = 4,5$ kHz? Pozicije se broje počev od „nulte“.

Zadatak 3 (15 poena)

- a) Digitalni PO filter ima karakteristične granične učestanosti $\Omega_{p,1} = \pi/3$ i $\Omega_{p,2} = \pi/2$ i dobijen je pomoću bilinearne transformacije sa $T = 0,5$ ms iz analognog prototipa. Analogni prototip je dobijen transformacijom učestanosti iz prototipskog NF filtra čija je granična učestanost $\omega_p = 1$ rad/s. Napišite smenu kojom se dobija analogni PO prototip iz prototipskog NF filtra.
- b) Ako je digitalni filter iz tačke a) dobijen pomoću impulsno-invarijantne transformacije, napišite smenu kojom se dobija analogni PO prototip iz prototipskog NF filtra u tom slučaju. Šta se dešava ako je pri diskretizaciji PO prototipa odabrano $T = 2$ ms?

Zadatak 4 (15 poena)

Digitalni kauzalni rekurzivni filter drugog reda sa čisto realnim koeficijentima deo je sistema za digitalnu obradu signala u kome je učestanost odabiranja $f_s = 1200$ Hz. Filter je definisan sledećom diferencnom jednačinom

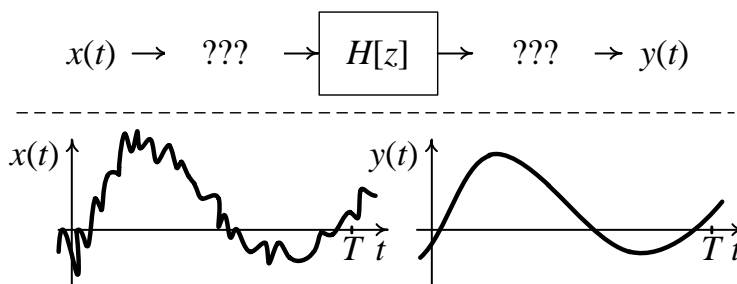
$$y[n] = 2r \cos(\theta) y[n-1] - r^2 y[n-2] + x[n] - 2 \cos(\theta) x[n-1] + x[n-2],$$

gde je $r = 0,9$, a θ je takvo da ovaj sistem ne propušta spektralne komponente na učestanosti $f_0 = 200$ Hz.

- a) Odredite prenosnu funkciju filtra $H(z)$ i skicirajte raspored nula i polova funkcije prenosa.
- b) Da li je filter stabilan i kako to zaključujete?
- c) Ako biste projektovali FIR filter koji zadovoljava iste gabarite kao filter iz ovog zadatka kog sve tipa (I, II, III i/ili IV) može biti taj FIR filter? Ukratko obrazložiti odgovor.

Zadatak 5 (35 poena)

Na slici 5 je skiciran vremenski oblik analognog signala $x(t)$ čijom se obradom u sistemu za digitalnu obradu signala dobija analogni signal $y(t)$. Obrada signala se radi u digitalnom domenu. Perioda odabiranja T_s je značajno manja od vremena T sa slike 5.



Slika 5

a) Docrtajte ostale elemente koji nedostaju u tipičnom sistemu za digitalnu obradu analognog signala sa slike 5, ako je blok $H[z]$ digitalni filter kojim se vrši obrada.

Ukratko objasniti koja je uloga svakog nacrtanog bloka.

b) Kojeg je tipa (NF, VF, PO, NO) filter $H[z]$? Ako je potrebno da isprojektujete ovaj filter, procenite graničnu/e učestanost/i filtra i napišite na osnovu čega biste baš nju/njih odabrali?

c) Ako je filter $H[z]$ FIR filter 6. reda dobijen sintezom pomoću prozorske funkcije $w[n] = 1/3 \cdot w_R[n] + w_T[n]$ i ima procenjene granične učestanosti iz tačke b), odredite funkciju prenosa $H[z]$. $w_R[n]$ i $w_T[n]$ su pravougaona i trougaona prozorska funkcija respektivno.

d) Skicirajte direktnu realizaciju filtra iz c).

e) Ako su u realizaciji pod d) kašnjenja sabirača $t_{p,add} = 1 \mu s$ i kašnjenja množača $t_{p,mul} = 10 \mu s$, kolika je maksimalna učestanost odabiranja u sistemu da bi sistem ispravno radio?

g) Skicirajte transponovanu strukturu iz tačke d). Kolika je maksimalna učestanost odabiranja u ovom slučaju?