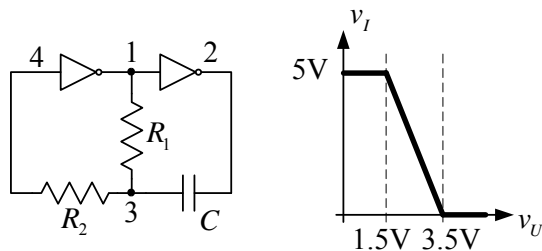


**Zadatak.** Za kolo sa slike izračunati i nacrtati vremenske dijagrame napona u karakterističnim tačkama. Karakteristika prenosa CMOS invertora prikazana je na slici. Na ulazima invertora nalaze se idealne zaštitne diode.

$$R_1 = R_2 = 1k\Omega, C = 100nF.$$



**Rešenje:**

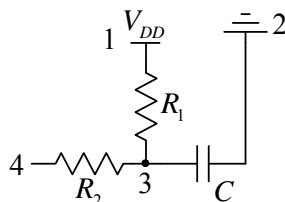
Pretpostavimo da je u početnom trenutku

$$v_1 = V_{DD} = 5V, v_2 = 0V$$

Mora važiti da je

$$v_4 = v_3 < 1.5V$$

Ekvivalentna šema kola prikazana je na slici 1.



Sa slike je

$$\tau = R_1 C = 100\mu s$$

$$v_3(\infty) = v_4(\infty) = V_{DD} = 5V$$

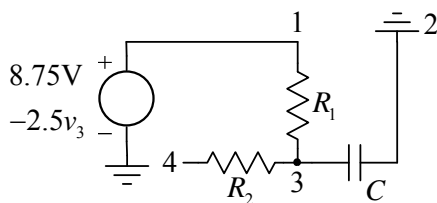
U trenutku  $t = 0^-$  levi invertor ulazi u prelaznu oblast karakteristike prenosa:

$$v_3(0^-) = v_4(0^-) = 1.5V.$$

I nadalje važi

$$v_1 = 8.75V - 2.5v_4 = 8.75V - 2.5v_3$$

U trenutku  $t = 0^+$  i dalje važi nova ekvivalentna šema



Sa slike:

$$v_2 = 0V$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{dv_3}{dt} = \frac{v_1 - v_3}{R}$$

$$C \frac{dv_3}{dt} = \frac{(8.75V - 2.5v_3) - v_3}{R} = \frac{8.75V - 3.5v_3}{R}$$

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{3.5v_3}{RC/3.5} = \frac{2.5V}{RC/3.5}$$

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{v_3}{\tau_1} = \frac{v_3(\infty)}{\tau_1}$$

$$\tau_1 = RC / 3.5 = 28.57 \mu\text{s}$$

$$v_3(\infty) = 2.5\text{V}$$

$$v_1(\infty) = 8.75\text{V} - 2.5v_3(\infty) = 2.5\text{V}$$

Kako u kolu nema naglih promena napon svih tačaka su neprekidni, tj.

$$v_1(0^+) = v_1(0^-) = 5\text{V}$$

$$v_2(0^+) = v_2(0^-) = 0\text{V}$$

$$v_3(0^+) = v_3(0^-) = 1.5\text{V}$$

$$v_4(0^+) = v_4(0^-) = 1.5\text{V}$$

Opšti izraz koji opisuje promene napona (i struja) u kolu sa jednim reaktivnim elementom

$$v(t) = v(\infty) + (v(0^+) - v(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 2.5 \left( 1 + e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) [\text{V}]$$

$$v_2(t) = 0\text{V}$$

$$v_3(t) = 2.5 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} [\text{V}]$$

$$v_4(t) = 2.5 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} [\text{V}]$$

Promena u kolu se dešava kada i desni invertor uđe u prelaznu oblast karakteristike prenosa:

$$v_1(T_1^-) = 3.5\text{V}$$

$$T_1 = \tau_1 \ln \frac{2.5 - 5}{2.5 - 3.5} = \frac{R_1 C}{3.5} \ln 2.5 = 26.18 \mu\text{s}$$

Ostali naponi u tom trenutku

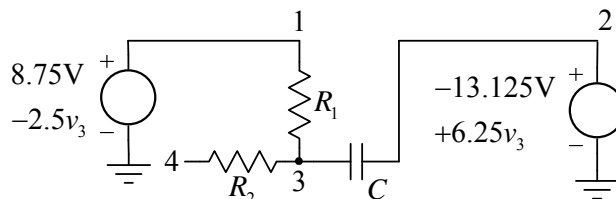
$$v_2(T_1^-) = 0\text{V}$$

$$v_3(T_1^-) = 2.1\text{V}$$

I nadalje važi

$$v_2 = 8.75\text{V} - 2.5v_1 = 8.75\text{V} - 2.5(8.75\text{V} - 2.5v_3) = -13.125\text{V} + 6.25v_3$$

U trenutku  $t = T_1^+$  i dalje **trebalo bi** da važi nova ekvivalentna šema



Sa slike:

$$v_1 = 8.75\text{V} - 2.5v_3$$

$$v_2 = -13.125\text{V} + 6.25v_3$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{d(v_3 - v_2)}{dt} = \frac{v_1 - v_3}{R}$$

$$C \frac{d(13.125V - 5.25v_3)}{dt} = \frac{8.75V - 3.5v_3}{R}$$

$$-\frac{dv_3}{dt} = \frac{8.75V - 3.5v_3}{5.25RC}$$

$$\frac{dv_3}{dt} - \frac{v_3}{3RC/2} = -\frac{2.5V}{3RC/2}$$

$$v_3 = -0.4e^{\frac{t}{3RC/2}} + 2.5 \text{ - opada brzo}$$

$$v_1 = e^{\frac{t}{3RC/2}} + 2.5 \text{ - raste brzo}$$

$$v_2 = 2.5 \left( 1 - e^{\frac{t}{3RC/2}} \right) \text{ - opada od nule, što nije moguće!}$$

Pojavio se paradoks, sve polazne jednačine su u redu, postupak je ispravan, ali dobija se definitivno nemoguće za napon tačke 2. Odgovor je da se zbog toga što oba invertora nalaze u prelaznoj oblasti u kolu uspostavlja jaka pozitivna povratna sprega, i dolazi do trenutne promene vrednosti napona na izlazima invertora:

$$v_1(T_1^+) = 0V$$

$$v_2(T_1^+) = 5V$$

Napon tačke 3 može da trenutno promeni vrednost, ali napon na kondenzatoru ne može

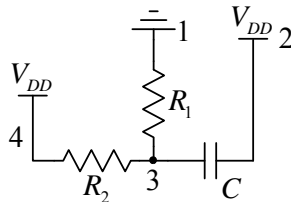
$$v_c(T_1^-) = v_2(T_1^-) - v_3(T_1^-) = -2.1V = v_c(T_1^+) = v_2(T_1^+) - v_3(T_1^+)$$

$$v_3(T_1^+) = v_2(T_1^+) - v_c(T_1^+) = 7.1V$$

U invertorima postoje zaštitne diode, i zaštitna dioda u levom invertoru prema pozitivnom napajanju će provesti

$$v_4(T_2^+) = V_{DD} = 5V$$

Ekvivalentna šema prikazana je na sledećoj slici



Sa slike je

$$\tau_2 = R_1 \parallel R_2 C = 50\mu s$$

$$v_3(\infty) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{DD} = 2.5V$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 0V$$

$$v_2(t) = 5V$$

$$v_3(t) = 2.5 + 4.6e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

$$v_4(t) = 5V$$

Promena u kolu se dešava kada se isključi zaštitna dioda:

$$v_3(T_2^-) = v_4(T_2^-) = 5V$$

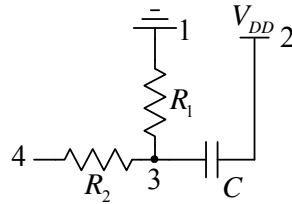
$$T_2 = \tau_2 \ln \frac{2.5 - 7.1}{2.5 - 5} = R_1 \parallel R_2 C \ln \frac{4.6}{2.5} = 30.49 \mu s$$

Ostali naponi u tom trenutku su nepromenjeni

$$v_1(T_2^-) = 0V$$

$$v_2(T_2^-) = 5V$$

Ekvivalentna šema prikazana je na slici



Sa slike je

$$\tau_3 = R_1 C = 100 \mu s$$

$$v_3(\infty) = 0V$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 0V$$

$$v_2(t) = 5V$$

$$v_3(t) = 5e^{-\frac{t}{\tau_3}} [V]$$

$$v_4(t) = 5e^{-\frac{t}{\tau_3}} [V]$$

U trenutku  $t = T_3^-$  levi invertor ulazi u prelaznu oblast karakteristike prenosa:

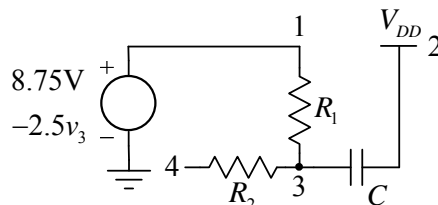
$$v_3(T_3^-) = v_4(T_3^-) = 3.5V .$$

$$T_3 = \tau_3 \ln \frac{0 - 5}{0 - 3.5} = R_1 C \ln \frac{10}{7} = 35.67 \mu s$$

I nadalje važi

$$v_1 = 8.75V - 2.5v_4 = 8.75V - 2.5v_3$$

U trenutku  $t = T_3^+$  i dalje važi nova ekvivalentna šema



Sa slike:

$$v_2 = 5V$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d(v_3 - v_2)}{dt} = \frac{v_1 - v_3}{R_1}$$

$$C \frac{dv_3}{dt} = \frac{(8.75V - 2.5v_3) - v_3}{R_1} = \frac{8.75V - 3.5v_3}{R_1}$$

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{v_3}{R_1 C / 3.5} = \frac{2.5V}{R_1 C / 3.5}$$

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{v_3}{\tau_1} = \frac{v_3(\infty)}{\tau_1}$$

$$\tau_4 = R_1 C / 3.5 = 28.57 \mu s$$

$$v_3(\infty) = 2.5V$$

$$v_1(\infty) = 8.75V - 2.5v_3(\infty) = 2.5V$$

Kako u kolu nema naglih promena napon svih tačaka su neprekidni, tj.

$$v_1(0^+) = v_1(0^-) = 0V$$

$$v_2(0^+) = v_2(0^-) = 5V$$

$$v_3(0^+) = v_3(0^-) = 3.5V$$

$$v_4(0^+) = v_4(0^-) = 3.5V$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 2.5 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_4}} \right)$$

$$v_2(t) = 5V$$

$$v_3(t) = 2.5 + e^{-\frac{t}{\tau_4}} [V]$$

$$v_4(t) = 2.5 + e^{-\frac{t}{\tau_4}} [V]$$

Promena u kolu se dešava kada i desni inverter uđe u prelaznu oblast karakteristike prenosa:

$$v_1(T_4^-) = 1.5V$$

$$T_4 = \tau_4 \ln \frac{2.5 - 5}{2.5 - 3.5} = \frac{R_1 C}{3.5} \ln 2.5 = 26.18 \mu s$$

Ostali naponi u tom trenutku

$$v_2(T_4^-) = 5V$$

$$v_3(T_4^-) = 2.9V$$

Na osnovu analize dešavanja u kolu u trenutku  $t = T_1^-$  zaključuje se da se u kolu uspostavlja pozitivna povratna sprega i da dolazi do trenutne promene napona na izlazima invertora:

$$v_1(T_4^+) = 5V$$

$$v_2(T_4^+) = 0V$$

Napon na kondenzatoru ne može da trenutno promeni vrednost

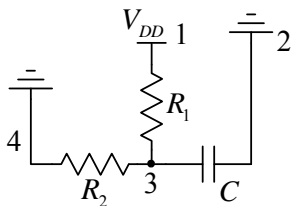
$$v_C(T_4^-) = v_2(T_4^-) - v_3(T_4^-) = 2.1V = v_C(T_4^+) = v_2(T_4^+) - v_3(T_4^+)$$

$$v_3(T_4^+) = v_2(T_4^+) - v_C(T_4^+) = -2.1V$$

U inverterima postoje zaštitne diode, i zaštitna dioda u levom inverteru prema masi napajanja će provesti

$$v_4(T_4^+) = 0V$$

Ekvivalentna šema prikazana je na sledećoj slici



Sa slike je

$$\tau_5 = R_1 \parallel R_2 C = 50\mu s$$

$$v_3(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = 2.5V$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 5V$$

$$v_2(t) = 0V$$

$$v_3(t) = 2.5 - 4.6e^{-\frac{t}{\tau_5}}$$

$$v_4(t) = 0V$$

Promena u kolu se dešava kada se isključi zaštitna dioda:

$$v_3(T_5^-) = v_4(T_5^-) = 0V$$

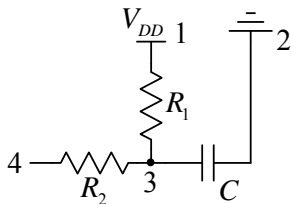
$$T_5 = \tau_5 \ln \frac{2.5 - (-2.1)}{2.5 - 0} = R_1 \parallel R_2 C \ln \frac{4.6}{2.5} = 30.49\mu s$$

Ostali naponi u tom trenutku su nepromenjeni

$$v_1(T_5^-) = 5V$$

$$v_2(T_5^-) = 0V$$

Ekvivalentna šema prikazana je na slici



Sa slike je

$$\tau_6 = R_1 C = 100\mu s$$

$$v_3(\infty) = 5V$$

Naponi u kolu:

$$v_1(t) = 5V$$

$$v_2(t) = 0V$$

$$v_3(t) = 5 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_6}} \right) [V]$$

$$v_4(t) = 5 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_6}} \right) [\text{V}]$$

U trenutku  $t = T_6^-$  levi invertor opet ulazi u prelaznu oblast karakteristike prenosa:

$$v_3(T_6^-) = v_4(T_6^-) = 1.5\text{V}.$$

$$T_6 = \tau_6 \ln \frac{5-0}{5-1.5} = R_1 C \ln \frac{10}{7} = 35.67\mu\text{s}$$

Ovim je završen jedan ciklus oscilacija u kolu!

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 = 184.68\mu\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 5.41\text{kHz}$$

Traženi vremenski oblici prikazani su na slici.

