

Ispravljač, primer sa časa održanog 28.11.2011.

Predrag Pejović

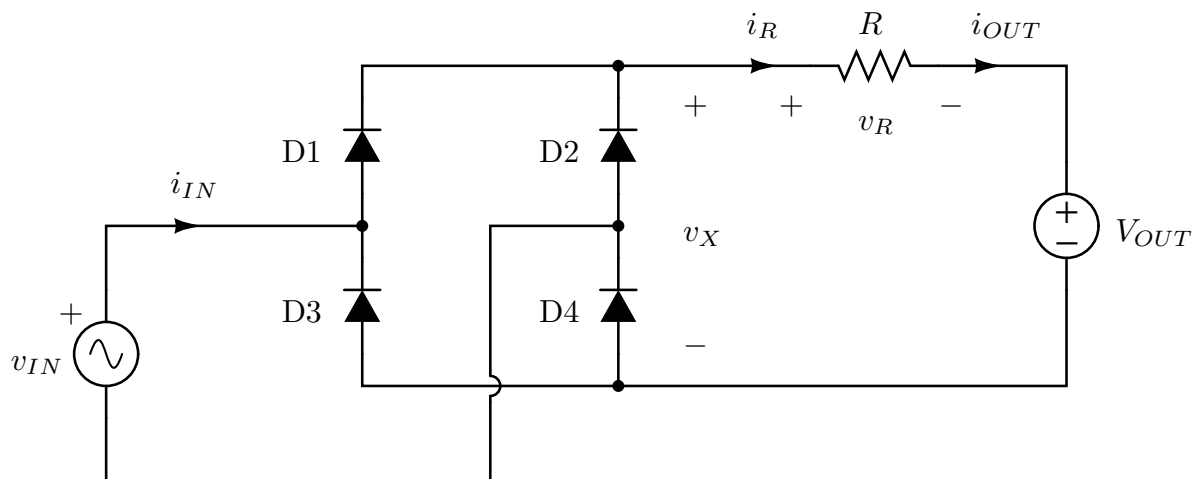
1. decembar 2011.

U cilju pripreme za analizu ispravljača sa prostim induktivnim i sa L filtrom i postizanja dubljeg razumevanja rada ispravljača, na času održanom 28.11.2011. je dat primer ispravljača sa slike 1 za koji je bilo potrebno odrediti vremenske dijagrame napona v_X i struja i_{OUT} i i_{IN} , kao i srednju vrednost izlazne struje $I_{OUT} = \overline{i_{OUT}(t)}$. U analizi se može smatrati da su diode idealne, da je ulazni napon $v_{IN} = V_m \sin(\omega_0 t)$ i da je $V_{OUT} > 0$.

Ispravljač sa slike 1 se sastoji iz diodnog mosta i potrošača koji je predstavljen rednom vezom otpornika R i idealnog naponskog izvora konstantnog napona V_{OUT} . Izuzev teorijske primene (upravo razmatran slučaj), ovakvo kolo može da posluži kao model jednostavnih ispravljača i kola za punjenje akumulatora, gde R predstavlja unutrašnju otpornost akumulatora i ostalih elemenata kola, o čemu će biti više reči kasnije.

Električno kolo sa slike 1 je deo po deo linearno. Naime, ako su poznata stanja dioda (provode li ili ne) one se mogu zameniti svojim linearnim ekvivalentima: kratkim spojem za provodnu diodu i otvorenom vezom za neprovodnu. Kada su određena stanja dioda, kolo se svodi na linearno, pa se lako analizira, sve dok ne dođe do promene stanja provođenja dioda. Stoga je od velike važnosti ispravno određivanje stanja dioda i tom problemu treba posvetiti najveću pažnju.

Diodni most u kolu sa slike 1 je naponski napajan, a strujom opterećen. Ovo znači da je ulazni napon mosta uslovljen idealnim naponskim izvorom v_{IN} , dok izlazni napon nije neposredno nametnut spolja, pošto kolo vezano za izlaz diodnog mosta (port na kome je napon v_X) ima ulaznu otpornost $R \neq 0$. Diodne u mostu uslovljavaju da izlazna struja mosta bude $i_R \geq 0$. Ovde je bitno razdvojiti dva slučaja koji obično ne izgledaju mnogo različiti, a to su $i_R > 0$ i $i_R = 0$. Velika razlika ova dva slučaja ne potiče samo od kvantitativne razlike u struji, već od kvalitativne razlike u stanju dioda: slučaj $i_R > 0$ odgovara provodnim diodama u mostu, a slučaj $i_R = 0$ neprovodnim.



Slika 1: Ispravljač, diodni most opterećen rednom vezom naponskog izvora i otpornika.

Prvi slučaj koji ćemo analizirati je slučaj provodnih dioda, kada je $i_R > 0$. Tada mora da vodi bar jedna od dioda $\{D1, D2\}$, kao i bar jedna od dioda $\{D3, D4\}$. Koje diode će voditi određuje polaritet napona v_{IN} : ako je $v_{IN} > 0$ vode diode D1 i D4, pa je $v_X = v_{IN}$, što je ujedno i inverzni napon na diodama D2 i D3; ako je $v_{IN} < 0$ vode diode D2 i D3, pa je $v_X = -v_{IN}$, što je ujedno i inverzni napon na diodama D1 i D4. Uočava se da je u oba slučaja $v_X > 0$. Na ovom mestu je zgodno odrediti i i_{IN} u zavisnosti od i_R i polariteta v_{IN} : kada vode diode D1 i D4, za $v_{IN} > 0$, $i_{IN} = i_R$; kada vode diode D2 i D3, za $v_{IN} < 0$, $i_{IN} = -i_R$.

Kada je $v_{IN} = 0$ i $i_R > 0$ teorijski je moguće da vode sve četiri diode u mostu, ali tada kolo (za usvojene modele elemenata) nema jedinstveno rešenje. Srećom, ovaj slučaj neće biti od značaja, kako će uskoro biti pokazano.

Do sada je razmatran slučaj $i_R > 0$ i pokazano je da je tada $v_X = |v_{IN}|$ i $i_{IN} = i_R \operatorname{sgn}(v_{IN})$. Pitanje koje se sada prirodno postavlja je kada je $i_R > 0$, za koje vrednosti v_{IN} i V_{OUT} ? Ako je $i_R > 0$ tada je $v_X = |v_{IN}|$, pa je

$$i_R = \frac{|v_{IN}| - V_{OUT}}{R}.$$

Ova struja je veća od nule za $|v_{IN}| > V_{OUT}$. Kako je $V_{OUT} > 0$, pominjani slučaj $v_{IN} = 0$ nije od interesa jer su tada sve diode neprovodne i $i_R = 0$.

Za $|v_{IN}| < V_{OUT}$, odnosno $-V_{OUT} < v_{IN} < V_{OUT}$ sve četiri diode u mostu su neprovodne. Tada je generator v_{IN} fizički odvojen od R i V_{OUT} , pa nikako ne može uticati na v_X . Kako je $i_R = 0$ u ovom slučaju, dobija se da je $v_X = V_{OUT}$. Takođe, $i_{OUT} = 0$ i $i_{IN} = 0$.

Osnovni rezultat izvršene analize je veza stanja dioda i napona v_{IN} i V_{OUT} , rezimirana u tabeli 1.

Tabela 1: Stanja dioda u zavisnosti od v_{IN} i V_{OUT} .

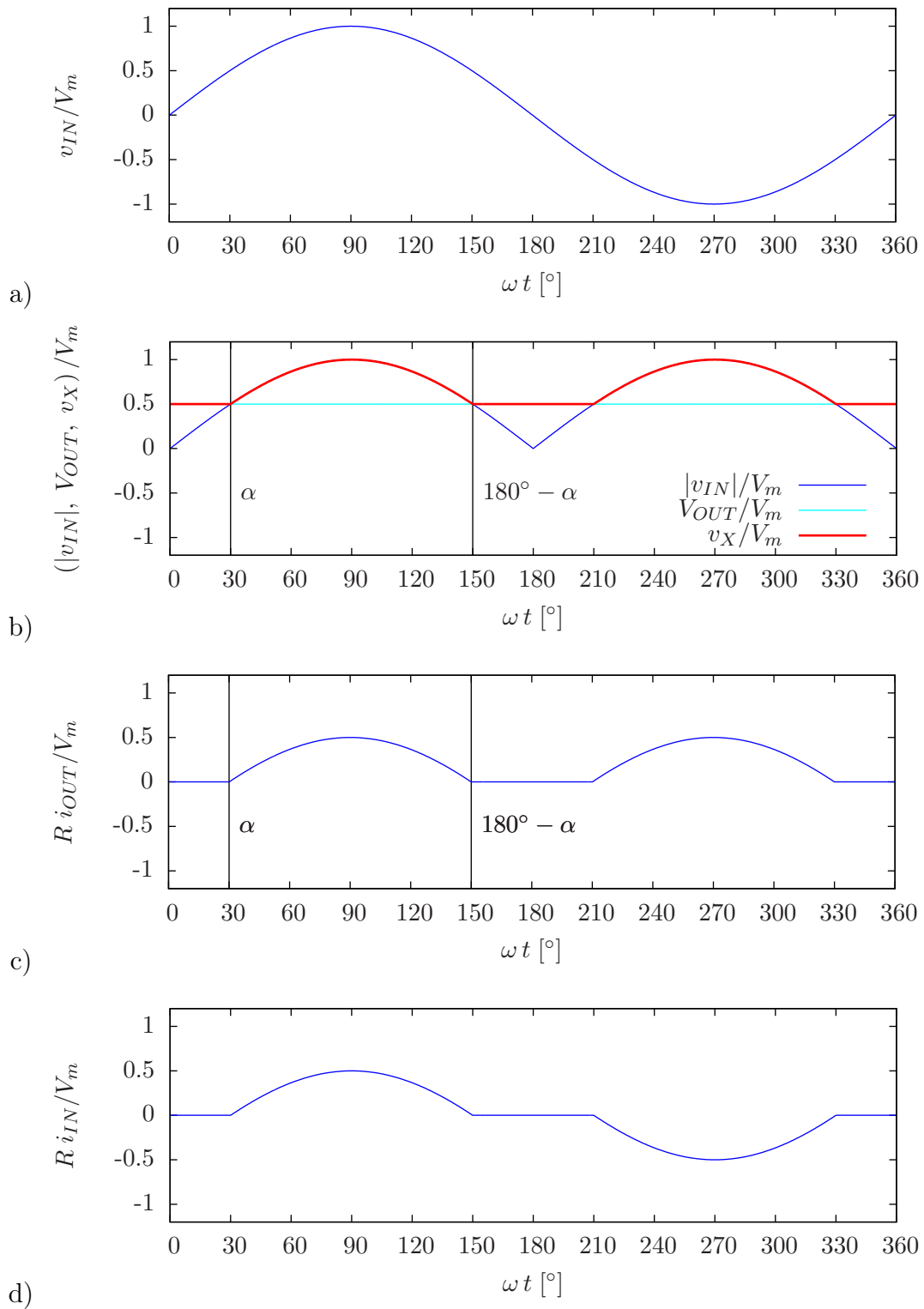
uslov	D1	D2	D3	D4
$v_{IN} < -V_{OUT}$	0	1	1	0
$-V_{OUT} < v_{IN} < V_{OUT}$	0	0	0	0
$V_{OUT} < v_{IN}$	1	0	0	1

Prema stanjima dioda iz tabele 1, izrazi koji određuju vrednosti v_X , i_{OUT} i i_{IN} su dati u tabeli 2. Na osnovu izraza datih u tabeli moguće je konstruisati talasne oblike napona i struja ispravljača tokom periode mrežnog napona, što je za $V_{OUT} = \frac{1}{2} V_m$ prikazano na slici 2. Dijagrami sa slike 2 su normalizovani, tako što su naponi skalirani (podeljeni sa) amplitudom ulaznog napona, dok su struje skalirane sa V_m/R . Normalizacijom su dijagrami dobili na opštosti, važe bez obzira na konkretne vrednosti V_m , V_{OUT} i R , već zavise samo od V_{OUT}/V_m , kako će biti pokazano.

Tabela 2: Izrazi za v_X , i_{OUT} i i_{IN} .

uslov	v_X	i_{OUT}	i_{IN}
$v_{IN} < -V_{OUT}$	$-v_{IN}$	$\frac{-v_{IN} - V_{OUT}}{R}$	$-i_{OUT}$
$-V_{OUT} < v_{IN} < V_{OUT}$	V_{OUT}	0	0
$V_{OUT} < v_{IN}$	v_{IN}	$\frac{v_{IN} - V_{OUT}}{R}$	$-i_{OUT}$

Kada su određeni vremenski dijagrami zahtevanih struja i napona, moguće je odrediti srednju vrednost izlazne struje, $I_{OUT} = \overline{i_{OUT}(t)}$. Prema dijagramu sa slike 2.c, struja i_{OUT} je



Slika 2: Talasni oblici: a) v_{IN} ; b) $|v_{IN}|$, V_{OUT} i v_X ; c) i_{OUT} ; d) i_{IN} .

periodična sa polovinom periode mrežnog napona, što u terminima faznog ugla iznosi π radijana. Stoga je

$$I_{OUT} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_{OUT}(\omega_0 t) d(\omega_0 t).$$

Kako je, opet prema dijagramu sa slike 2.c, $i_{OUT} \neq 0$ za $\alpha < \omega_0 t < \pi - \alpha$ gde je α određeno iz

$$V_m \sin \alpha = V_{OUT}$$

odnosno

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{V_{OUT}}{V_m} \right)$$

integral za određivanje srednje vrednosti izlazne struje se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} i_{OUT}(\omega_0 t) d(\omega_0 t)$$

gde je

$$i_{OUT}(\omega_0 t) = \frac{1}{R} (V_m \sin(\omega_0 t) - V_{OUT})$$

u intervalu od interesa. Rešavanjem integrala se dobija

$$I_{OUT} = \frac{2V_m}{\pi R} \cos \alpha - \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi} \right) \frac{V_{OUT}}{R}.$$

Kako je

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{V_{OUT}}{V_m} \right)^2}$$

zamenom i sređivanjem izraza se normalizovana izlazna struja dobija kao

$$\frac{R I_{OUT}}{V_m} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{V_{OUT}}{V_m} \right)^2} - \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(\frac{V_{OUT}}{V_m} \right) \right) \frac{V_{OUT}}{V_m}.$$

U ovoj jednačini se vidi suština normalizacije: normalizovana jednosmerna komponenta struje potrošača je prikazana u funkciji jedne promenljive, V_{OUT}/V_m , a ta promenljiva je normalizovana vrednost izlaznog napona. Za normalizovane vrednosti struja i napona je zgodno uvesti posebne oznake kako bi izraz dobio kompaktniju formu. Normalizovane vrednosti napona se obično označavaju sa m , pa je normalizovana vrednost izlaznog napona definisana kao

$$M_{OUT} \triangleq \frac{V_{OUT}}{V_m}$$

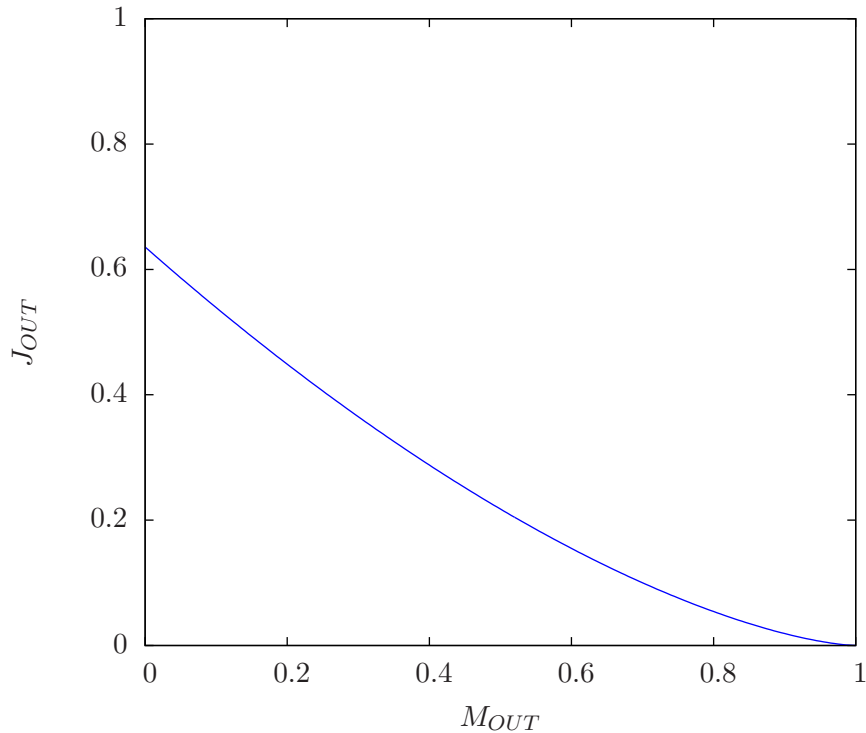
dok se normalizovane vrednosti struja obično označavaju sa j , pa je normalizovana vrednost jednosmerne komponente izlazne struje definisana kao

$$J_{OUT} \triangleq \frac{R}{V_m} I_{OUT}.$$

Konačno, veza normalizovane izlazne struje od normalizovanog izlaznog napona je data sa

$$J_{OUT} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - M_{OUT}^2} - \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin (M_{OUT}) \right) M_{OUT}.$$

Ova zavisnost prikazana je na slici 3.

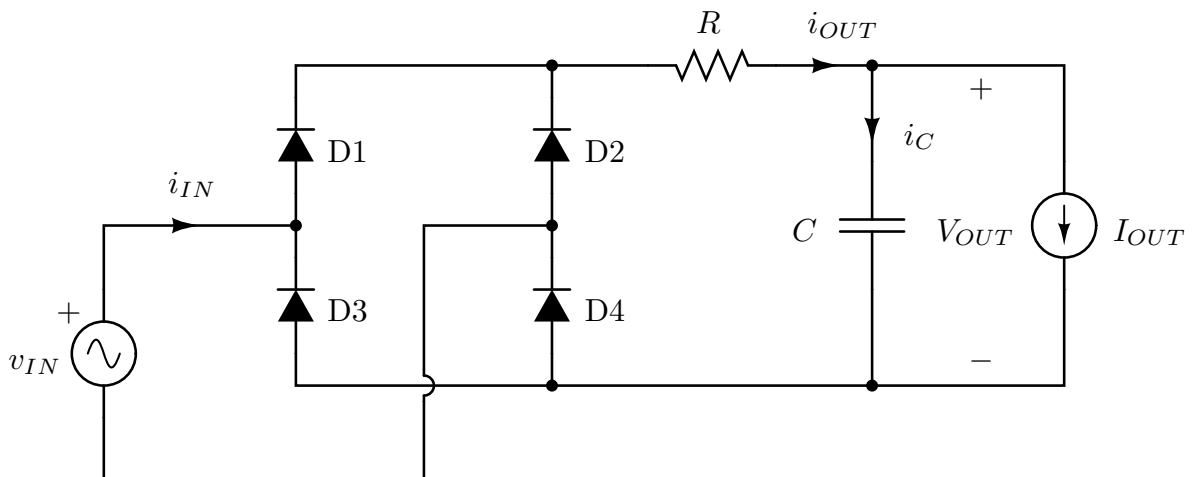


Slika 3: Zavisnost J_{OUT} od M_{OUT} .

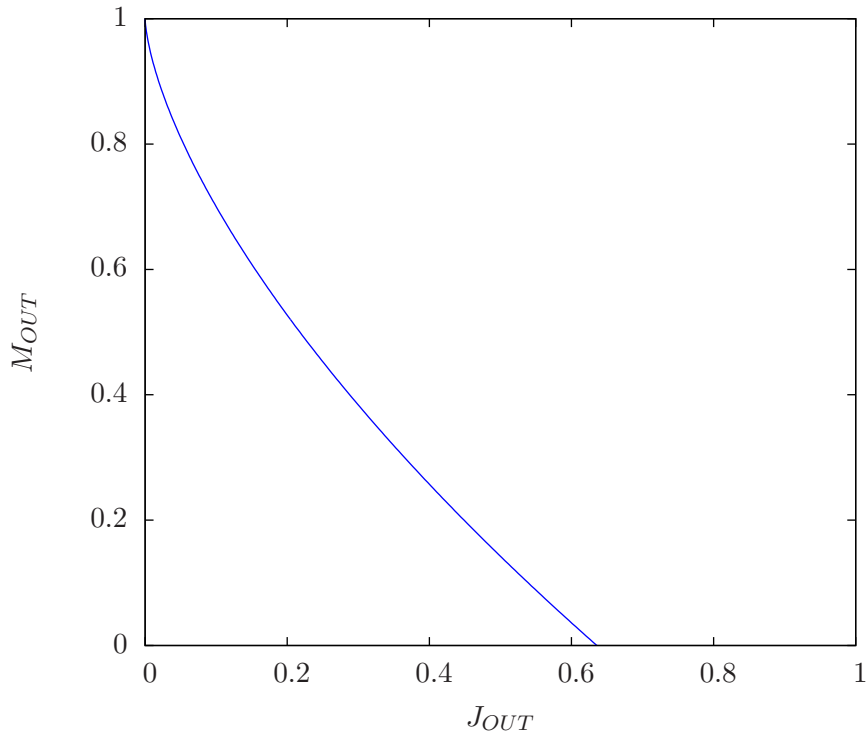
Pošto je analiza zadatog ispravljača završena, može se postaviti pitanje generalizacije dobijenih rezultata, mogu li se oni uz manje modifikacije prilagoditi da važe za neke druge ispravljače?

Prvi primer generalizacije rezultata je promena tipa potrošača. U ispravljaču sa slike 4 je naponski izvor koji je predstavljao potrošač zamenjen paralelnom vezom kondenzatora velike kapacitivnosti C i strujnog izvora struje I_{OUT} . Kondenzator će preuzeti naizmeničnu komponentu struje i_{OUT} i održavaće izlazni napon konstantnim, pa se analiza kola svodi na analizu kola sa slike 1, sa tim što je sada struja I_{OUT} nezavisno promenljiva od koje zavisi napon potrošača V_{OUT} . Zavisnost normalizovanog napona na potrošaču od normalizovane struje potrošača je data na slici 5, koja se dobija inverzijom preslikavanja sa slike 3.

Verovatno najznačajnija generalizacija razmatranog ispravljača je prikazana na slici 6, gde je otpornost R na naizmeničnoj strani diodnog mosta. Ovakav model je dobar za male ispravljače sa transformatorom, gde R modeluje relativno veliku unutrašnju otpornost malih transforma-



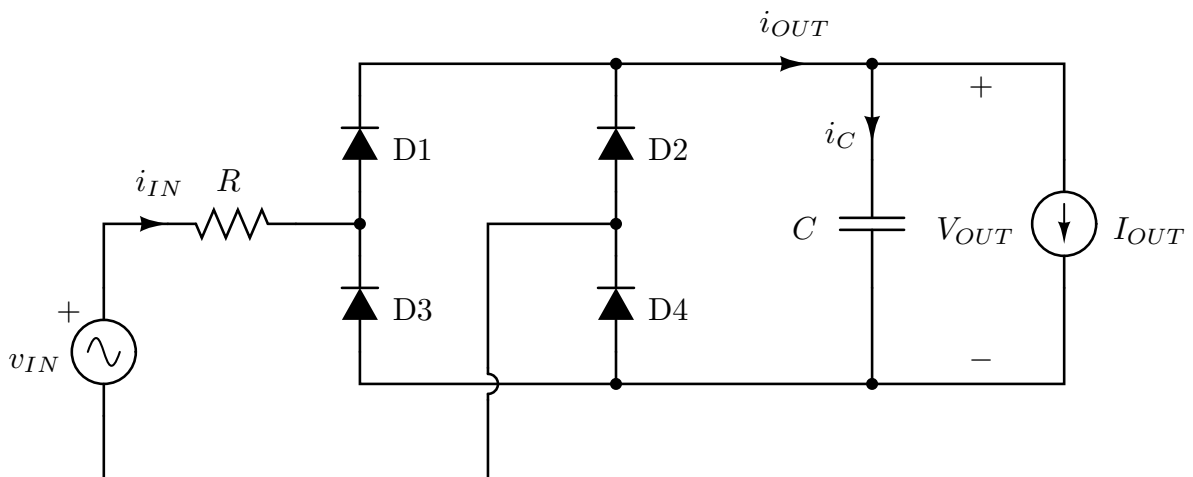
Slika 4: Ispravljač sa strujnim opterećenjem.



Slika 5: Zavisnost M_{OUT} od J_{OUT} za ispravljač sa slike 4.

tora. Može se pokazati da su rezultati sprovedene analize direktno primenljivi i na ovaj slučaj, bez obzira da li je u pitanju prikazana verzija ispravljača sa strujnim izlazom ili prvobitno analizirana verzija sa naponskim izlazom.

U prilogu je dat program za simulaciju rada ispravljača pisan za program Octave, testiran sa Octave verzija 3.2.4 pod operativnim sistemom Ubuntu 11.10.



Slika 6: Ispravljač sa otpornošću na naizmeničnoj strani i strujnim opterećenjem.

Prilog: Program za simulaciju razmatranog ispravljača, Octave 3.2.4, Ubuntu 11.10

```
% ispravljac, primer, Vout + R

deg = linspace(0, 360, 360 * 2 + 1);
wt = deg * pi / 180;

min = sin(wt);
amin = abs(min);
smin = sign(min);

Mout = linspace(0, 1, 201);
n = length(Mout);
Jout = zeros(1, n);

for i = 1 : n

    mout = Mout(i);
    moutline = mout * ones(1, length(deg));
    mx = max([amin; moutline]);
    mr = mx - mout;
    jout = mr;
    Jout(i) = mean(jout);
    jin = jout .* smin;

    figure(1)
    subplot(2, 2, 1)
    plot(deg, min)
    axis([0 360 -1.2 1.2])
    set(gca, 'XTick', [0:30:360])
    xlabel('wt [deg]')
    ylabel('v_{IN} / V_m')
    subplot(2, 2, 2)
    plot(deg, amin, 'b', deg, moutline, 'c', deg, mx, 'r')
    axis([0 360 -1.2 1.2])
    set(gca, 'XTick', [0:30:360])
    xlabel('wt [deg]')
    ylabel('|v_{IN}|/V_m, V_{OUT}/V_m, v_X/V_m')
    subplot(2, 2, 3)
    plot(deg, jout)
    axis([0 360 -1.2 1.2])
    set(gca, 'XTick', [0:30:360])
    xlabel('wt [deg]')
    ylabel('R i_{OUT} / V_m')
    subplot(2, 2, 4)
    plot(deg, jin)
    axis([0 360 -1.2 1.2])
    set(gca, 'XTick', [0:30:360])
    xlabel('wt [deg]')
    ylabel('R i_{IN} / V_m')

    pause(0.5)

end

figure(2)
plot(Mout, Jout)
xlabel('M_{OUT}')
ylabel('J_{OUT}')
title('kriva regulacije')
```