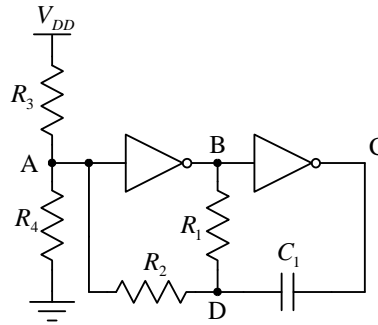


5. U kolu sa slike 5 upotrebljeni su idealni CMOS invertori, bez zaštitnih dioda na ulazu. Poznato je: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 1 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 10 \text{ nF}$, i $V_{DD} = 5 \text{ V}$.

a) [12] Izračunati i nacrtati vremenske dijagrame napona u tačkama A, B, C i D.

b) [3] Ukoliko se na ulaz invertora ne sme dovesti napon veći od napona napajanja i niži od potencijala nule, odrediti minimalnu dozvoljenu vrednost otpornosti R_2 .



Slika 5

Rešenje:

a)

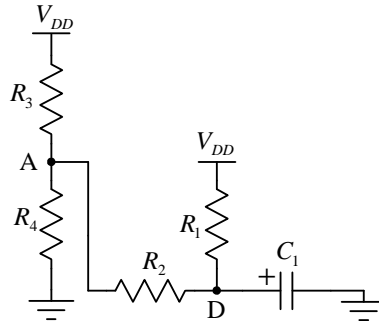
Neka je u početnom trenutku analize ($t < 0$)

$$v_B = V_{DD}$$

$$v_C = 0$$

Tada mora biti $v_A < \frac{V_{DD}}{2}$.

Ekvivalentna šema kola prikazana je na slici



Sa slike je:

$$\tau = C(R_1 \parallel (R_2 + R_3 \parallel R_4)) = \frac{3RC}{5} = 6 \mu\text{s}$$

$$v_A(\infty) = \frac{R_4}{R_4 + (R_1 + R_2) \parallel R_3} V_{DD} = \frac{3}{5} V_{DD}$$

U trenutku $t = 0^-$ napon tačke A dostiže vrednost praga invertora:

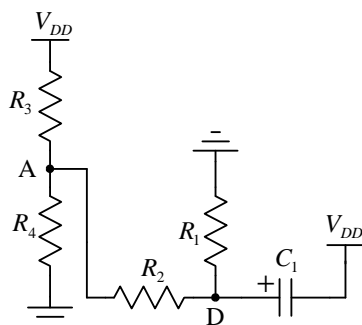
$$v_A(0^-) = \frac{V_{DD}}{2}$$

što dovodi do promene na izlazu oba invertora

$$v_B(0^+) = 0$$

$$v_C(0^+) = V_{DD}$$

Ekvivalentna šema kola prikazana je na sledećoj slici



Pošto napon na kondenzatoru ne može da trenutno promeni vrednost, potrebno je naći njegovu vrednost pre promene:

$$v_{C1}(0^+) = v_{C1}(0^-) = v_D(0^-)$$

$$v_D(0^-) = v_A(0^-) - R_2(i_{R3}(0^-) - i_{R4}(0^-)) = v_A(0^-) - R_2 \left(\frac{V_{DD} - v_A(0^-)}{R_3} - \frac{v_A(0^-)}{R_4} \right) = \frac{V_{DD}}{2}$$

$$v_{C1}(0^+) = \frac{V_{DD}}{2}$$

$$v_D(0^+) = V_{DD} + \frac{V_{DD}}{2} = \frac{3V_{DD}}{2}$$

$$v_A(0^+) = \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} V_{DD} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} v_D(0^+) = \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} V_{DD} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} \frac{3V_{DD}}{2} = \frac{5V_{DD}}{6}$$

Sa slike se očitava:

$$\tau = C(R_1 \parallel (R_2 + R_3 \parallel R_4)) = \frac{3RC}{5} = 6 \mu\text{s}$$

$$v_A(\infty) = \frac{R_4 \parallel (R_1 + R_2)}{R_4 \parallel (R_1 + R_2) + R_3} V_{DD} = \frac{2}{5} V_{DD}$$

Za $t > 0$ napon tačke A opada, i u trenutku $t = T_1^-$ opet postaje jednak naponu praga invertora:

$$v_A(T_1^-) = \frac{V_{DD}}{2}$$

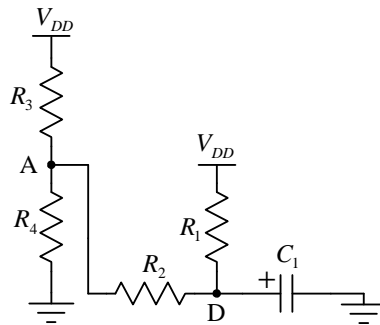
što dovodi do promene na izlazu oba invertora

$$\begin{aligned} v_B(T_1^+) &= V_{DD} \\ v_C(T_1^+) &= 0 \end{aligned}$$

Protoklo vreme

$$T_1 = \tau \ln \frac{v_A(\infty) - v_A(0^+)}{v_A(\infty) - v_A(T_1^-)} = \frac{3RC}{5} \ln \frac{13}{3} = 8.8 \mu\text{s}$$

Ekvivalentna šema kola prikazana je na sledećoj slici



Pošto napon na kondenzatoru ne može da trenutno promeni vrednost, potrebno je naći njegovu vrednost pre promene:

$$v_{C1}(T_1^+) = v_{C1}(T_1^-) = v_D(T_1^-) - V_{DD}$$

$$v_D(T_1^-) = v_A(T_1^-) - R_2(i_{R3}(T_1^-) - i_{R4}(T_1^-)) = v_A(T_1^-) - R_2 \left(\frac{V_{DD} - v_A(T_1^-)}{R_3} - \frac{v_A(T_1^-)}{R_4} \right) = \frac{V_{DD}}{2}$$

$$v_{C1}(T_1^+) = v_D(T_1^-) - V_{DD} = -\frac{V_{DD}}{2}$$

$$v_D(T_1^+) = v_{C1}(T_1^+) = -\frac{V_{DD}}{2}$$

$$v_A(T_1^+) = \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} V_{DD} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} v_D(T_1^+) = \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} V_{DD} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} \left(-\frac{V_{DD}}{2} \right) = \frac{V_{DD}}{6}$$

Sa slike se očitava:

$$\tau = C(R_1 \parallel (R_2 + R_3 \parallel R_4)) = \frac{3RC}{5} = 6 \mu\text{s}$$

$$v_A(\infty) = \frac{R_4}{R_4 + (R_1 + R_2) \parallel R_3} V_{DD} = \frac{3}{5} V_{DD}$$

Za $t > 0$ napon tačke A raste, i u trenutku $t = T_2^-$ opet postaje jednak naponu praga invertora:

$$v_A(T_2^-) = \frac{V_{DD}}{2}$$

što dovodi do promene na izlazu oba invertora

$$v_B(T_2^+) = 0$$

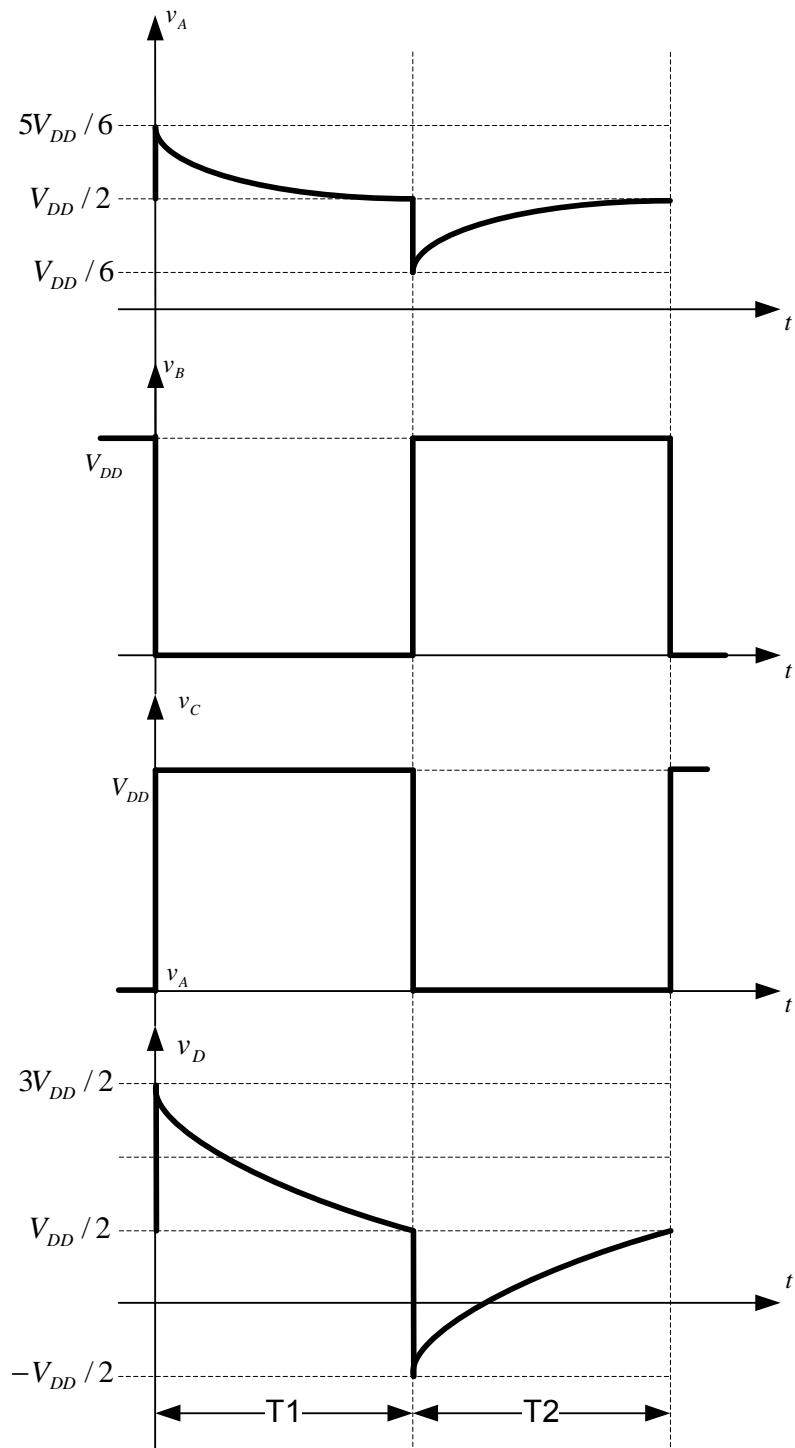
$$v_C(T_2^+) = V_{DD}$$

Proteklo vreme

$$T_2 = \tau \ln \frac{v_A(\infty) - v_A(T_1^+)}{v_A(\infty) - v_A(T_2^-)} = \frac{3RC}{5} \ln \frac{13}{3} = 8.8 \mu\text{s}$$

Ovim je završena analiza promena u kolu u toku jednog ciklusa oscilacija.

Traženi vremenski dijagrami prikazani su na sledećoj slici



Frekvencija oscilovanja kola je

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{5}{6RC \ln \frac{13}{3}} = 56.8 \text{ kHz}$$

b)

Da bi kolo ispravno radilo potrebno je da bude

$$1. \frac{V_{DD}}{2} < v_A(0^+) < V_{DD}$$

i

$$2. v_A(\infty) \Big|_{0 < t < T_1} < \frac{V_{DD}}{2}$$

$$3. \frac{V_{DD}}{2} > v_A(T_1^+) > 0$$

i

$$4. v_A(\infty) \Big|_{T_1 < t < T_2} > \frac{V_{DD}}{2}$$

Uslovi 1. i 3., odnosno 2. i 4. su ekvivalentni, zbog simetrije.

Uslov 1:

$$\begin{aligned} \frac{V_{DD}}{2} &< \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} V_{DD} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} \frac{3V_{DD}}{2} < V_{DD} \\ \frac{1}{2} &< \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} + \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} \frac{3}{2} < 1 \\ 1 &< 2 \frac{R_2 \parallel R_4}{R_3 + R_2 \parallel R_4} + 3 \frac{R_3 \parallel R_4}{R_2 + R_3 \parallel R_4} < 2 \\ 1 &< 2 \frac{R_2}{2R_2 + R} + 3 \frac{R}{2R_2 + R} < 2 \end{aligned}$$

Leva nejednakost daje uslov:

$$0 < 2R$$

Desna nejednakost daje uslov:

$$R < 2R_2$$

Uslov 2:

$$\begin{aligned} \frac{R_4 \parallel (R_1 + R_2)}{R_4 \parallel (R_1 + R_2) + R_3} V_{DD} &< \frac{V_{DD}}{2} \\ 2R \parallel (R + R_2) &< R \parallel (R + R_2) + R \\ 0 &< R \end{aligned}$$

Očigledno je minimalna dozvoljena vrednost za R_2

$$R_{2\min} = \frac{R}{2} = 500 \Omega$$