

## 4 Дискретни системи

Увод и основни појмови.

1. (Јун 2021.) Дат је дискретан систем описан диференцијалном једначином

$$Dy[n] = \Delta x[n-1] + 3x[n+4] + Dx[n-3],$$

где су  $D$  и  $\Delta$  оператори кашњења и диференце унапред редом. Одредити импулсни одзив тог система,  $h[n]$ .

2. Каузални дискретан систем је описан диференцијалном једначином

$$y[n] - \sqrt{3}y[n-1] + y[n-2] = x[n],$$

а познати су и помоћни услови  $y[-1] = 1$ ,  $y[-2] = 0$

- Испитати асимптотску стабилност датог система.
- Одредити сопствени одзив,  $y_a[n]$ , датог система на задате помоћне услове.
- Одредити принудни одзив,  $y_f^{(b)}[n]$ , датог система за побуду  $x[n] = \delta[n]$ .
- Одредити принудни одзив,  $y_f^{(r)}[n]$ , датог система за побуду  $x[n] = \cos(n\pi) u[n]$ .

**Асимптотска и BIBO стабилности**

3. Испитати *BIBO* стабилност и асимптотску стабилност датих дискретних *LTI* система система који су описани својим импулсним одзивом

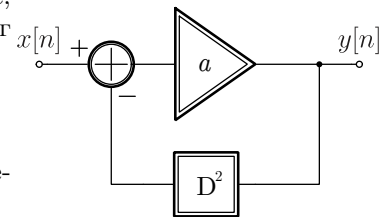
$$(i) h[n] = \begin{cases} \frac{1}{n} & , n > 0 \\ 0 & , \text{иначе} \end{cases}$$

$$(ii) h[n] = \frac{e^n}{n!} u[n]$$

$$(iii) h[n] = n^2 e^{-n} u[n]$$

$$(iv) h[n] = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^m \delta[n-10m] u[n]$$

4. У дискретном систему са слике употребљени су идеални блок за кашњење, суматор и појачавач непознатог појачања  $a \in \mathbb{R}$ . Једини улаз посматраног система је дискретан сигнал  $x[n]$ , а једини излаз је дискретан сигнал  $y[n]$ .



- Написати диференцијалну једначину датог система.
- Испитати асимптотску стабилност датог система у зависности од параметра  $a$ .
- Израчунати вредност параметра  $a$  за коју је систем маргинално стабилан.
- За вредност параметра  $a$  из претходне тачке, одредити импулсни одзив датог система.

5. Каузални систем је описан диференцијалном једначином  $\nabla(\Delta-2)^2 y[n] = Dx[n-1]$ , где су  $D$ ,  $\nabla$  и  $\Delta$  оператори кашњења, диференце уназад и диференце унапред респективно.

- Одредити импулсни одзив,  $h[n]$ , тог система и испитати његову стабилност.
- Одредити његов сопствени одзив,  $y_a[n]$ , ако су за систем без побуде дати почетни (помоћни) услови  $y[0] = y[2] = 0$ ,  $y[1] = 1$ ;

6. Дискретни систем описан је диференцном једначином:

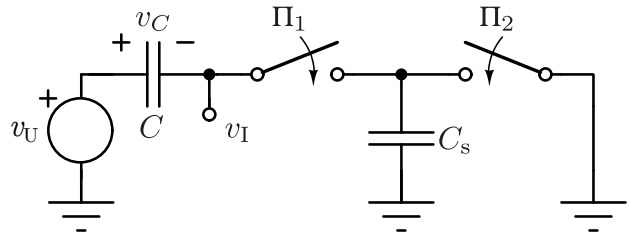
$$2y[n] + 11y[n - 1] + 17y[n - 2] + 6y[n - 3] = 2x[n] + \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n - k - 1]\delta[k - 1]$$

- (а) Нацртати блок дијаграм система користећи суматоре, појачаваче и елементе за кашњење.  
 (б) Одредити импулсни одзив система ако је познато да је он каузалан и да карактеристични полином има један корен који је  $\lambda_1 = -\frac{1}{2}$ .  
 (в) Испитати стабилност система.

7. Дискретни систем описан је диференцном једначином  $2y[n + 2] - y[n + 1] - y[n] = x[n]$ . Одредити (а) импулсни одзив овог система Одредити (б) одзив на побуду и (в) сопствени одзив одзив система ако су дати побуда и помоћни услови:

(i)  $x[n] = (-2)^{-n} u[n]$ ,  $y[1] = 1, y[0] = 0$       (ii)  $x[n] = (-2)^{-n} u[n - 3]$ ,  $y[1] = 1, y[0] = 0$       (iii)  $x[n] = (-2)^{-n} u[n]$ ,  $y[0] = 2, \lim_{n \rightarrow \infty} y[n] = 4$

8. У колу са слике познато је  $C = C_s = 100 \text{ pF}$ . У почетном тренутку оба кондензатора су неоптерећена. Прекидачи су идеални и затварају се наизменично, *крајкоштрајно*, и то прво прекидач  $\Pi_1$  па прекидач  $\Pi_2$ . Напон генератора  $v_U$  не мења вредност осим када је прекидач  $\Pi_2$  затворен.



- (а) Одредити диференцну једначину система чији је једини улаз напон побудног генератора  $v_U[k]$  а једини излаз напон  $v_I[k]$  одређени након  $k \geq 0$  затварања прекидача  $\Pi_1$ .  
 (б) Одредити импулсни одзив добијеног система и испитати његову асимптотску стабилност.

**Дискретна конволуција**

9. (Јун 2021.) Нека је  $x[n]$  дискретан сигнал ограничен у времену. Ако је дужина (број ненултих одбирака) сигнала

$$x[n] * x[n] * x[n]$$

једнака 13 израчунати дужину,  $N_x$ , сигнала  $x[n]$ .

10. Нека су побуда дискретног система  $x[n]$  и његов импулсни одзив дати таблично као:

(i)

$n$	$\leq -1$	0	1	2	$\geq 3$
$x[n]$	0	1	2	1	0
$h[n]$	0	1	4	9	0

(ii)

$n$	$\leq -1$	0	1	2	3	4	$\geq 5$
$x[n]$	0	1	2	3	2	1	0
$h[n]$	0	1	-1	1	0	0	0

Одредити принудни одзив датих система у задатим случајевима.