Uvod u signale i sisteme, signali

- Bazični predmet predmet
- Tipičan primer signala: fizička pojava koja se *menja u vremenu i nosi neku informaciju* $x(t)$
- Fizička pojava može da se menja po frekvenciji i da nosi informaciju $X(f)$
- Pojava ne mora da bude fizička u užem smislu da bi bila signal - primer slika $S(x,y)$
- Pojava moze da bude fizicka ali da ne bude u vremenskom domenu, primer hladnjak, $T(x,y)$
- Šum, menja se u vremenu a ne nosi informaciju
- Signali mogu da budu skalari ali i vektori

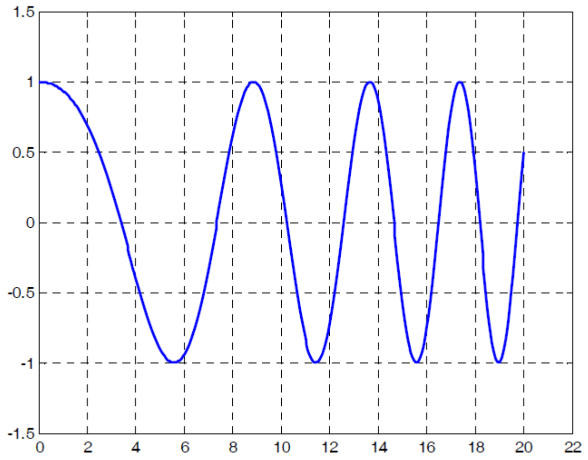
primer : $x(t)=[x_1(t), x_2(t), x_3(t)]$

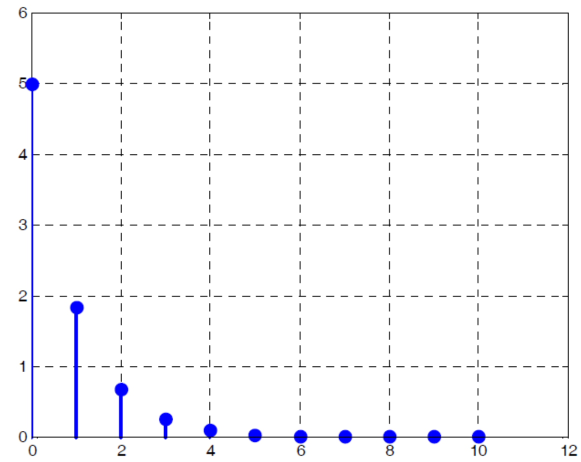
Uvod u signale i sisteme, signali

- Proces promene osobina signala – obrada signala
- Sistemi obrađuju signale
- Signal koji se obrađuje je ulazni signal, pobudni signal, pobuda, eksitacija
- Krajnji rezultat obrade je izlaz sistema, odziv sistema
- Ako je sistem sa vise ulaza i vise izlaza, on se naziva MIMO sistem
- Ako je sa jednim ulazom i jednim izlazom onda se naziva SISO sistem
- Razgranato elektricno kolo sa vise pobudnih generatora kod koga se kao bitne (izlazne) informacije posmatraju struje grana je MIMO sistem

Klasifikacija signala

- Klasifikacija prema karakteristici domena,
- domen:
  - kontinualan (podskup R, R+, C,…)
  - diskretan (podskup Z, N0,…)
- Ako je domen vreme kaže se da su u pitanju
  - vremenski kontinualni (analogni) signali, $x(t)$
  - ili vremenski diskretni signali $x[n]$





Klasifikacija signala

- Vremenski diskretni signal može nastati sistem generiše vrednosti signala u diskretnim trenucima vremena,
- ili memorisanjem uzoraka vremenski kontinualnog signala u diskretnim trenucima vremena.
- Početni deo procesa selekcije uzoraka vremenski kontinualnog signala se naziva odabiranje ili odmeravanje (engl. sampling).
- Kompletan proces formiranja diskretnog signala na osnovu odabira pojedinih tačaka kontinualnog signala se naziva diskretizacija
- Reverzni proces se naziva rekonstrukcija ili interpolacija

Klasifikacija signala

• Klasifikacija signala se može izvršiti i po vrednostima koje amplituda signala može da ima:

•Bilo koja vrednost unutar dozvoljenih granica - signali kontinualni po amplitudi

•Bilo koja vrednost unutar ogranicenog skupa diskretnih vrednosti – signali diskretni po amplitudi.

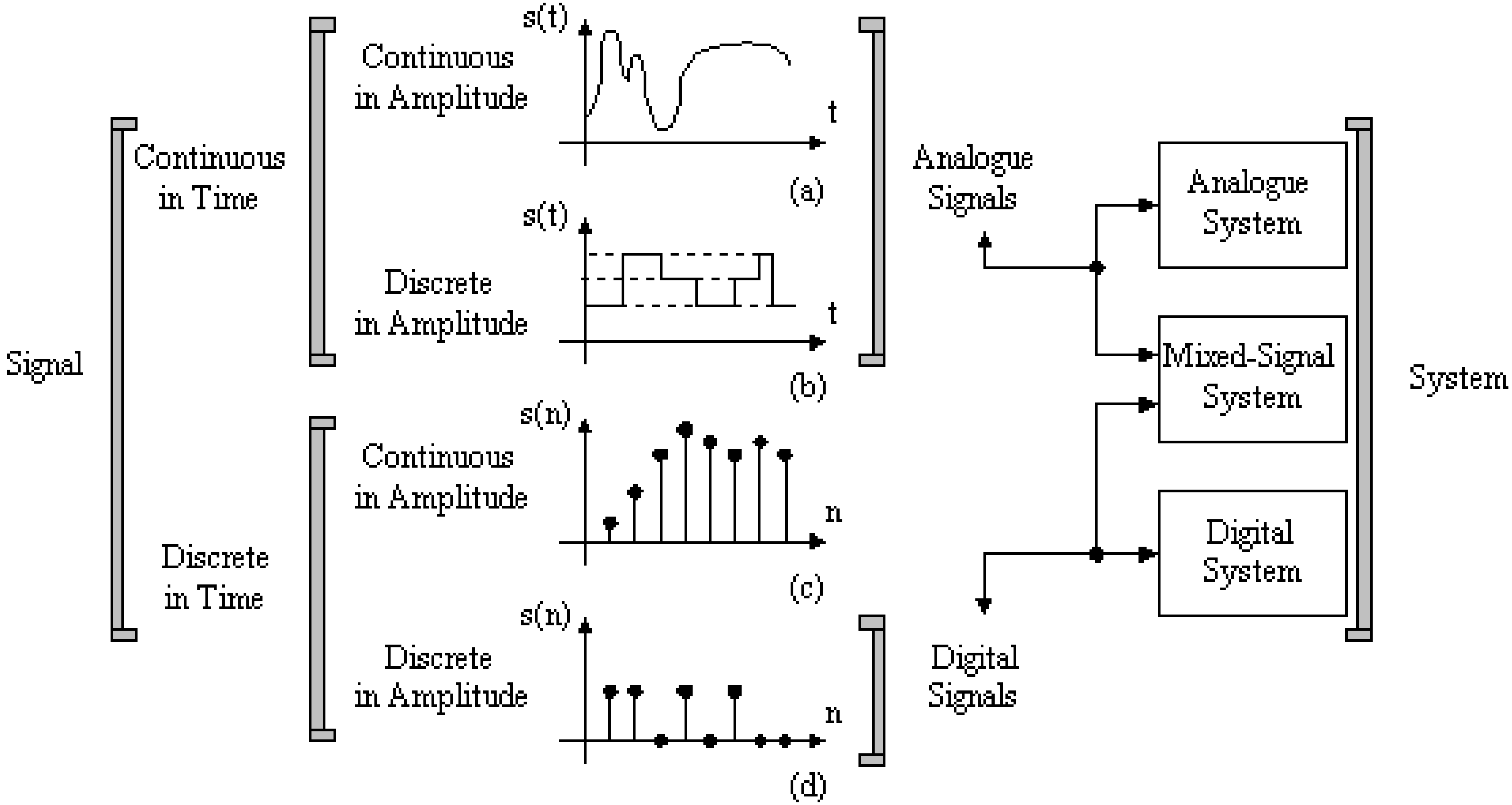
•vremenski kontinualni - amplitudski kontinualni signali,

• vremenski diskretni - amplitudski kontinualni signali,

• vremenski kontinualni - amplitudski diskretni signali

• vremenski diskretni - amplitudski diskretni signali (digitalni signali)

Klasifikacija signala



Klasifikacija signala

• Fizički signali su ograničeni u vremenu. Radi lakše matematike može se usvojiti model nekog signala tako da nema ograničenje u vremenu

•Fizički signali ne moraju da budu ograničeni u nekom drugom domenu

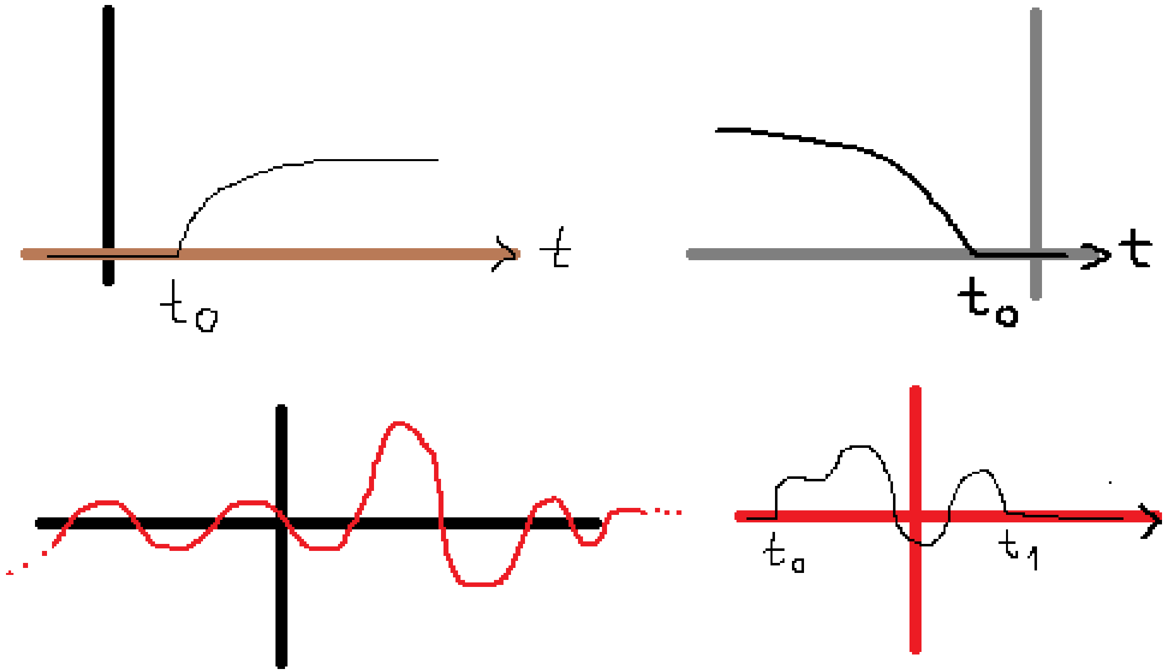
•Za kontinualni signal za koji važi da je za neko t_0, $x(t < t_0)=0$ a da $x(t \geq t_0)$ može da ima i vrednosti različite od 0, kaže se da je ograničen sa leve strane. Ako je pri tome $t_0=0$ kaže se da je signal kauzalan

•Za diskretni signal za koji važi da je za neko n_0, $x[n < n_0]=0$ a da $x[n \geq n_0]$ može da ima i vrednosti različite od 0, kaže se da je ograničen sa leve strane. Ako je pri tome $n_0=0$ kaže se da je signal kauzalan

•Analogno se definiše signal ograničen sa desne strane i antikauzakan signal

•Ako je signal ograničen sa obe strane kaže se samo da je ograničen. Ako nije ograničen ni sa jedne kaže se da je neograničen

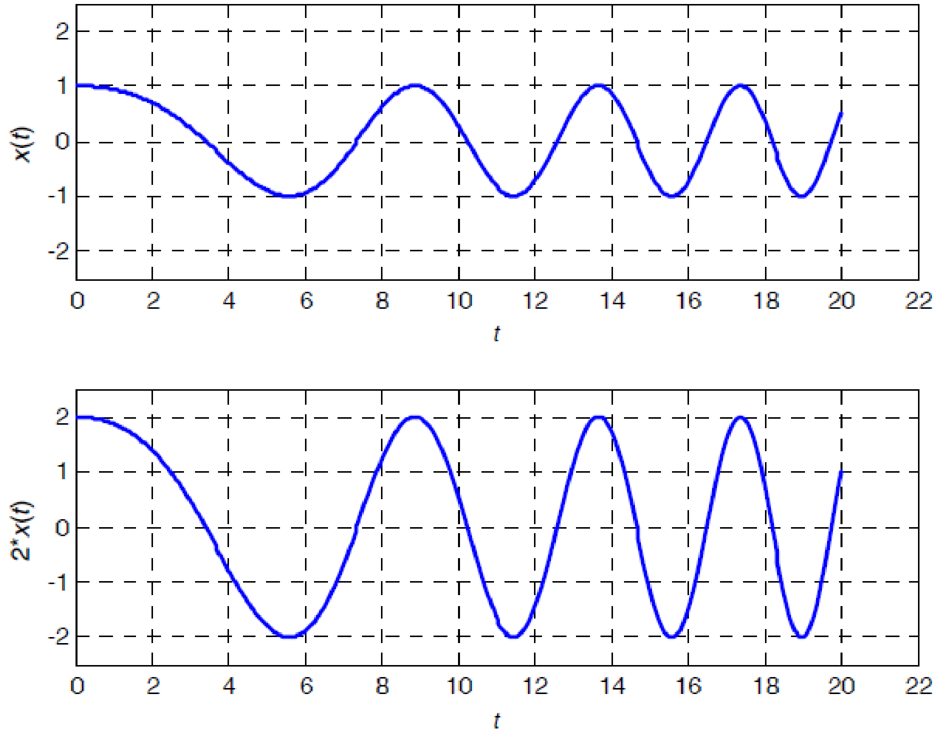
Klasifikacija signala



Transformacija signala

Skaliranje amplitude (pojačanje)

$x(t) \rightarrow Ax(t) \qquad x[n] \rightarrow Ax[n]$

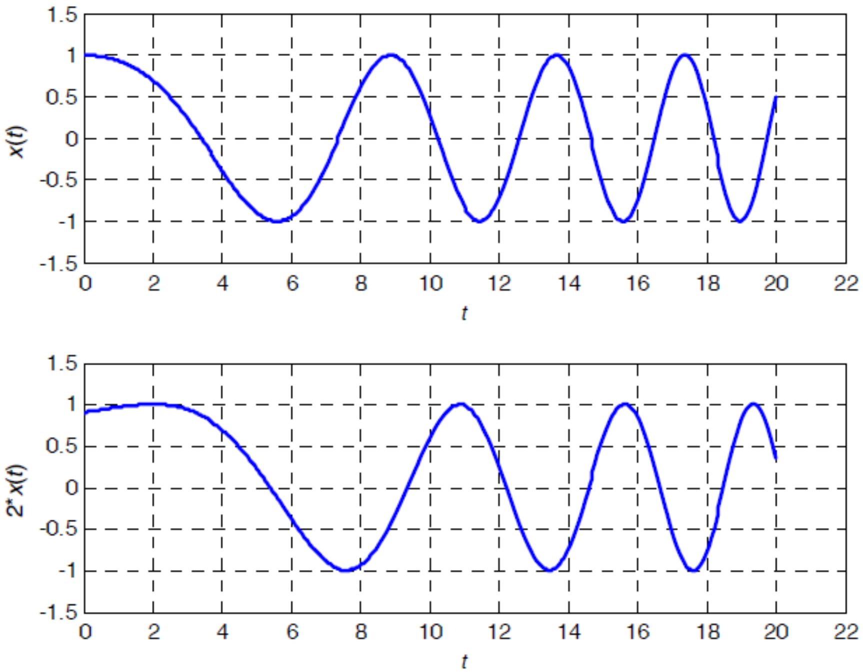


Sl. 2.15: Skaliranje amplitude signala, A = 2.

Transformacija signala

Pomeraj u vremenu, ili translacija, je transformacija nezavisne promenljive, koja je predstavljena smenom:

$$t \to t - t_0 \qquad n \to n - n_0$$

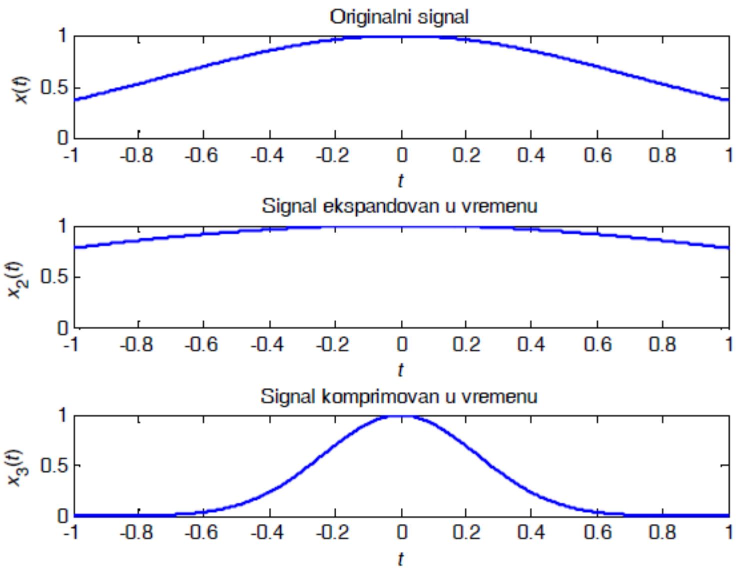


Sl. 2.16: Pomeraj signala u vremenu, $t_0 = 2$.

Skaliranje vremenske ose kod kontinualnih signala

se izvodi smenom *T => t/a*

Ova transformacija širi vremensku osu (ekspanzija) za $|a|>1$, a skuplja vremensku osu (kompresija) za $|a|<1$. Ako je $a<0$, nastaje *inverzija* (prevrtanje) vremenske ose oko koordinatnog početka. Primeri vremenskog skaliranja funkcije prikazani su na sl. 2.17, gde je polazna vremenski kontinualna funkcija $x(t)=e^{-t^2}$ prvo ekspandovana u vremenu dva puta, a zatim komprimovana u vremenu tri puta.



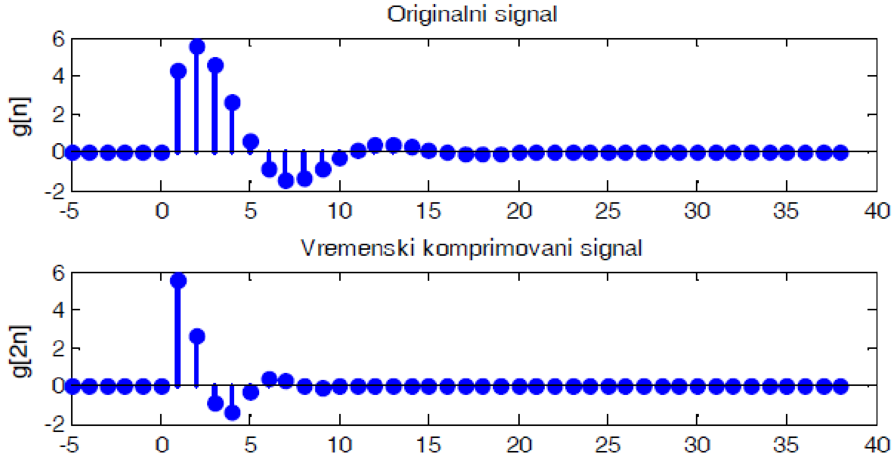
Sl. 2.17: Primeri vremenskog skaliranja.

Skaliranje vremenske ose kod diskretnih signala

Vremenska kompresija se izvodi transformacijom nezavisne promenljive:

$$n \to Kn$$

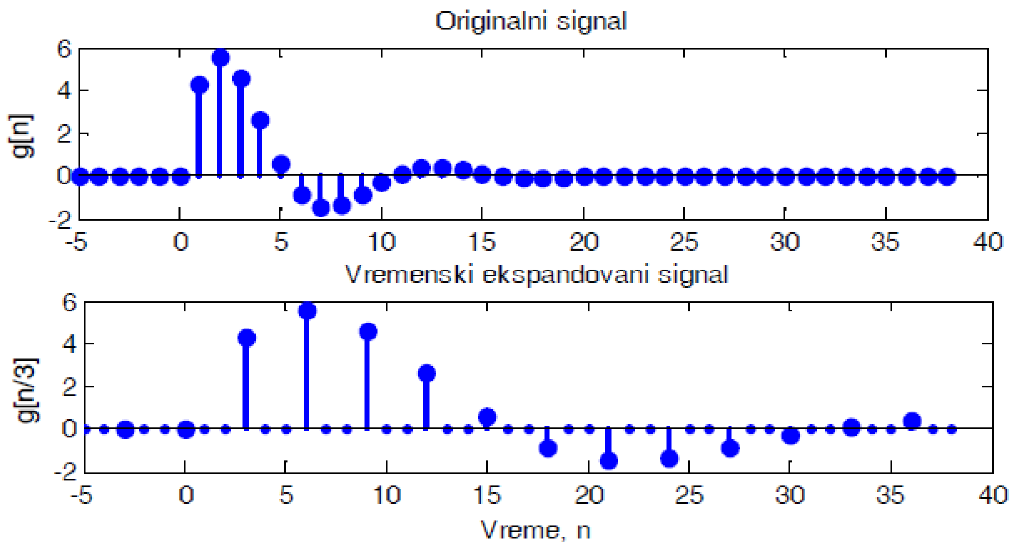
• Od niza $x[n]$ *se* dobija novi niz $y[n] = x[Kn]$, K mora da bude ceo broj.
• Smisao: od originalnog niza se zadržava svaki *K-ti odbirak, a preostali* odbirci se odbacuju.
• Postupak odbacivanja odbiraka naziva se *decimacija* (zoom out)
• Operacija vremenske kompresije primenjena na zakašnjeni signal daje različit rezultat, koji zavisi od kašnjenja signala.



Skaliranje vremenske ose kod diskretnih signala

Vremenska ekspanzija se izvodi transformacijom nezavisne promenljive $n \Rightarrow n/K$

- Od niza $x[n]$ se dobija novi niz $y[n] = x[n/K]$.
- Pošto je n celobrojna promenljiva, nvui niz ima K puta više odbiraka od originalnog
- Smisao: vrši se umetanje novih K-1 odbiraka između svaka dva originalna odbirka.
- Umetnuti odbirci nemaju definisanu vrednost, ali se u praksi njihove vrednosti određuju nekim od postupaka numeričke interpolacije.
- Zoom- in



Transformacija signala

Višestruke transformacije signala

$$x\left(\frac{t-t_0}{a}\right) \neq x\left(\frac{t}{a}-t_0\right)$$

Neke generalne osobine signala

Periodičnost

Periodični signal je onaj čije se vrednosti ponavljaju posle izvesnog vremena, odnosno za koji važi jednakost: $x(t) = x(t + nT)$

$$t \to t + nT$$

Osnovni period T_0 predstavlja minimalni pozitivni interval posle koga se signal ponavlja.

Osnovna (fundamentalna) učestanost (frekvencija) periodičnog signala:

$$f_0 = 1/T_0$$

Osnovna (fundamentalna) kružna učestanost:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi / T_0$$

Signal koji nije periodičan je aperiodičan.

Neke generalne osobine signala

Periodičnost

Diskretni periodični signal je onaj čije se vrednosti ponavljaju posle izvesnog broja odbiraka :

$$x[n] = x[n + mN]$$

gde je N *period signala*, a m proizvoljan ceo broj. Može se reći i da je signal periodičan ako je invarijantan na transformaciju $n \to n + mN$. Uočava se da period signala ne mora biti samo N, već je to i $2N$, $3N$, …, mN. *Osnovni period* N_0 predstavlja najmanji pozitivni ceo broj posle koga se diskretni signal ponavlja. *Osnovna učestanost* (frekvencija) diskretnog periodičnog signala F_0 je recipročna vrednost osnovnog perioda. *Osnovna kružna učestanost* je $\Omega_0 = 2\pi F_0 = 2\pi / N_0$.

Važe slična pravila kao za kontinualne signale

Neke generalne osobine signala
Parnost

paran

$$x(t) = x(-t)$$

$$x[n] = x[-n]$$

neparan

$$x[n] = -x[-n]$$

$$x(t) = -x(-t)$$

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

$$x_e[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} \qquad x_o[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2}$$

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \qquad x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

Neke generalne osobine signala
Parnost

pravila parnosti

$$p \cdot np \to np$$

$$np \cdot np \to p$$

$$p \cdot p \to p$$

$$1/p \to p$$

$$1/np \to np$$

$$p(np) \to p$$

$$p(p) \to p$$

$$np(p) \to p$$

$$np(np) \to np$$

Složenija pravila parnosti mogu da se izvedu

$$\frac{x}{p+np} = \frac{x}{p+np}\frac{p-np}{p-np} = \frac{x(p-np)}{p^2+np^2}$$

Neke generalne osobine signala
Parnost

Primer iz udžbenika 2.16

$$\cos(at+bt^2)=\underbrace{\cos(at)\cos(bt^2)}_{p\cdot p=p}-\underbrace{\sin(at)sin(bt^2)}_{np\cdot p=np}$$

Snaga i energija

Energija vremenski kontinualnog signala : integral kvadrata amplitude signala u beskonačnim granicama. Izražava se u jedinicama koje zavise od vrste signala

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |\, x(t)\,|^2 \, dt \qquad E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\, x[n]\,|^2$$

Energija neke fizičke veličine je veličina koja se izražava u J, nezavisno od svog porekla. Veza između ove dve vreste enrgije je odgovarajuća fizička konstanta proporcionalnosti

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\, v(t)\,|^2}{R} dt = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{+\infty} |\, v(t)\,|^2 \, dt = \frac{E_v}{R}$$

Snaga i energija

U mnogim slučajevima od značaja za preksu integral ili suma su divregentni, pa je pogodnija veličina srednja snaga:

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |\, x(t) \,|^2 \, dt \qquad P_x = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} |\, x[n] \,|^2$$

U slučaju periodičnih signala, srednja snaga se izračunava za jedan period, najčešće za osnovni period.

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |\, x(t) \,|^2 \, dt \qquad P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=k}^{k+N-1} |\, x[n] \,|^2$$