Колоквијум из Сигнала и система 20. јун 2021.

Напомене. Израда колоквијума траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара, једне испитне вежбанке и *неизмењеног* листа са таблицама са сајта Предмета. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама иза одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

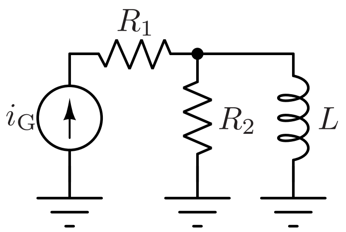
Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.
На омоту вебжанке написати и „КОЛОКВИЈУМ“.

Подаци о студенту	
Број индекса (година/број)	Име и презиме

ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			**КОЛОКВИЈУМ**
1	2	3	4	Σ	1	2	Σ	

Питања.

1.[10п] Дат је континуалан сигнал $x(t) = 1 - 2\sin(\omega_0 t) + 3\cos(\omega_0 t) - 4\cos(4\omega_0 t)$, где је ω_0 непозната константа. Израчунати коефицијенте развоја тог сигнала у (а)**[2п]** тригонометријски и (б)**[2п]** комплексни Фуријеов ред. У колу са слике познато је $R_1 = 10R_2 = 5\,\mathrm{k\Omega}$, $L \to \infty$, а струја струјног генератора је $i_G = 1\,\mathrm{mA} \cdot x(t)$, где је $x(t)$ сигнал дефинисан у претходним тачкама. Израчунати ефективне вредности напона на отпорницима (в)**[3п]** V_{R_1} и (г)**[3п]** V_{R_2}.



(а)	(в)	(г)
$A[k] =$ $B[k] =$	$V_{R_1} =$	$V_{R_2} =$
(б) $X[k] =$		

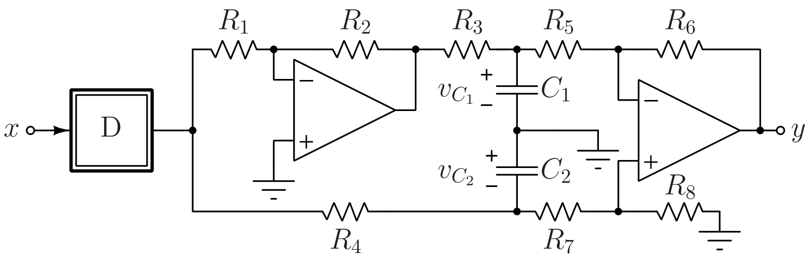
2.[10п] Нека је $x[n]$ дискретан сигнал ограничен у времену. Ако је дужина (број ненултих одбирака) сигнала $x[n] * x[n] * x[n]$ једнака 13 израчунати (а)**[3п]** дужину, N_x, сигнала $x[n]$. Даље је дат дискретан систем описан диференцном једначином $\mathrm{D}y[n] = \Delta x[n-1] + 3x[n+4] + \mathrm{D}x[n-3]$, где су D и Δ оператори кашњења и диференце унапред редом. Одредити (б)**[3п]** импулсни одзив тог система, $h[n]$. За дат дискретни сигнал $y[n] = A\sin(3n) + B\cos\left(\frac{\pi n}{3}\right) + C\cos(4n)$, израчунати (в)**[2п]** ненегативне целобројне параметре A, B и C тако да он буде периодичан а његова ефективна вредност буде позитивна и минимална. За тако одређене параметре, израчунати (г)**[2п]** основну периоду тог сигнала N_y.

(а)	(б)
$N_x =$	$h[n] =$
(в) $A =$ $B =$ $C =$	(г) $N_y =$

3.[22п] Израчунати (а)**[7п]** енергију континуалног сигнала $x(t) = \dfrac{\mathrm{rect}(t)}{5 - 4\cos(2\pi t)}$. Израчунати (б)**[3п]** вредност одређеног интеграла $I_0 = \displaystyle\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{1 - t + 2t^3 - t^5 + 2t^7}{\cos^2(t)}\,\mathrm{d}t$. Одредити (в)**[7п]** устаљени одзив система дефинисаног диференцијалном једначином $(\mathrm{D}^2 + 1)y(t) = x(t)$, ако је дата побуда $x(t) = \cos(2t)\,\mathrm{u}(t)$. Ако је познато $V(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\mathrm{j}}{2 - \mathrm{j}\omega}$, где је $V(\mathrm{j}\omega) = \mathcal{FT}\{v(t)\}$, (г)**[5п]** одредити $U(\mathrm{j}\omega) = \mathcal{FT}\{\int_{-\infty}^{t} v^*(\tau)\,\mathrm{d}\tau\}$, где је * оператор комплексне конјугације.

(а)	(б)	(в)	(г)
$W_x =$	$I_0 =$	$y_{\mathrm{ss}}(t) =$	$U(\mathrm{j}\omega) =$

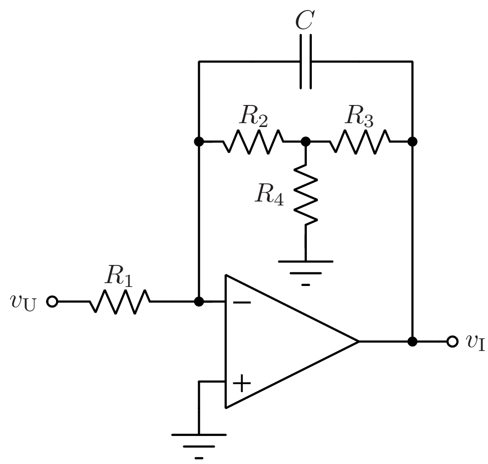
4.[8п] У колу са слике употребљени су идеални операциони појачавачи и идеалан блок за диференцирање, $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$. Излаз блока за диференцирање се понаша као идеалан напонски генератор. Познато је $R_1 = R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 100\,\Omega$, $R_4 = 10\,\Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 100\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 1\,\mathrm{\mu F}$, $C_2 = 10\,\mathrm{\mu F}$. У почетном тренутку $t_0 = 0^-$ познати су напони кондензатора $v_{C_1}(t_0) = -v_{C_2}(t_0) = 2\,\mathrm{V}$, према референтним смеровима са слике. Побуда система је $x(t) = 1\,\mathrm{V} \cdot t\,\mathrm{u}(t)$. Приближно одредити потпуни одзив система, $y(t)$, за $t \geq 0$. Инжењерске апроксимације су дозвољене.



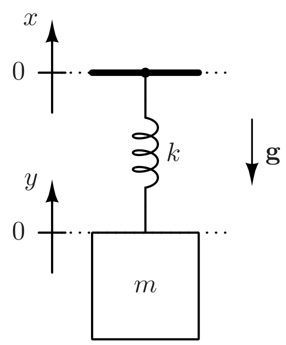
$y(t) =$

Задаци.

1. [25п] У колу са слике познати су $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = R_3 = R_4 = \dfrac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ и $C = 1\,\mathrm{\mu F}$, а операциони појачавач је идеалан. Посматра се систем чији је једини улаз напон v_U а једини излаз напон v_I. Одредити (а) **[5п]** диференцијалну једначину тог система. Решавањем у временском домену одредити (б) **[5п]** импулсни одзив $h(t)$ тог система. Испитати (в) **[3п]** стабилност посматраног система, у *BIBO* смислу, полазећи од добијеног импулсног одзива $h(t)$. Израчунати (г) **[6п]** максималну и (д)**[6п]** минималну тренутну вредност устаљеног сложенопериодичног одзива при побуди $v_\mathrm{U}^{(\text{г})}(t) = -\Phi_0\,\text{Ш}_T(t)$, при чему су $\Phi_0 = 20\,\mathrm{mWb}$ и $T = \ln(2)\,\mathrm{ms}$.



2. [25п] У механичком систему са слике је тег масе $m = 8\,\mathrm{kg}$ обешен о опругу коефицијента еластичности $k = 4\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Опруга је другим крајем фиксирана за ослонац који се може померати у вертикалном правцу. Отклон ослонца у односу на референтан положај је $x = x(t)$, а отклон тега <u>у односу на равнотежни положај када је ослонац у референтном положају</u> је $y = y(t)$, као на слици. Побуда посматраног система је x а одзив је y. Одредити (а)**[6п]** функцију преноса система, $H(s)$, у Лапласовом домену. Применом Лапласове трансформације, одредити (б)**[15п]** принудни одзив овога система на побуду дату изразом $x(t) = X_\mathrm{m}\,(1 - \mathrm{e}^{-\sigma t})\,\mathrm{u}(t)$, где су $\sigma = 3{,}5\,\mathrm{s^{-1}}$ и $X_\mathrm{m} = 5\,\mathrm{cm}$. Одредити (в)**[2п]** прелазни и (г)**[2п]** устаљени одзив за задату побуду, познато је $y(0^-) = 0$. Вектор гравитационог убрзања, $\mathbf{g}$, је усмерен као на слици.



Одговори на питања и решења задатака

Питања.

1. (а) $A[k] = \delta[k] + 3\delta[k-1] - 4\delta[k-4]$ (б) $X[k] = -2\delta[k+4] + \left(\frac{3-\mathrm{j}2}{2}\right)\delta[k+1] + \delta[k] + \left(\frac{3+\mathrm{j}2}{2}\right)\delta[k-1] - 2\delta[k-4]$
$B[k] = -2\delta[k-1]$

(в) $V_{R_1} = 5\sqrt{\frac{31}{2}}\,\mathrm{V} \approx 19{,}7\,\mathrm{V}$ $V_{R_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{29}{2}}\,\mathrm{V} \approx 1{,}9\,\mathrm{V}$

2. (а) $N_x = 5$, (б) $h[n] = \delta[n+1] - \delta[n] + 3\delta[n+5] + \delta[n-3]$, (в) $A = 0$, $B = 1$, $C = 0$, (г) $N_y = 6$

3. (а) $W_x = \frac{5}{27}$, (б) $I_0 = 2\sqrt{3}$, (в) $y_{\mathrm{ss}}(t) = \frac{1}{3}\big(\cos(t) - \cos(2t)\big)$. (г) $U(\mathrm{j}\omega) = -\frac{1}{\omega(2-\mathrm{j}\omega)} - \mathrm{j}\frac{\pi}{2}\delta(\omega)$

4. $y(t) = 2\,\mathrm{V}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$, $\tau = 100\,\mu\mathrm{s}$.

Задаци.

1. (а) Диференцијална једначина система је $-v_{\mathrm{I}} - \tau\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{I}}}{\mathrm{d}t} = v_{\mathrm{U}}$, где је временска константа $\tau = 1\,\mathrm{ms}$. (а) Импулсни одзив је $h(t) = -\frac{1}{\tau}\mathrm{e}^{-t/\tau}\,\mathrm{u}(t)$. (в) Будући да је $\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|\,\mathrm{d}t < \infty$ систем је *BIBO* стабилан. (г) Максимална вредност устаљеног сложенопериодичног одзива је $V_{\mathrm{I,max}} = 40\,\mathrm{V}$ а (д) минимална је $V_{\mathrm{I,min}} = 20\,\mathrm{V}$.

2. (а) Функција преноса система је $H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2}$, где је природна учестаност система $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. (б) Одзив на побуду је $y(t) = (Y_0 + Y_{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{-\sigma t} + A\sin(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t))\,\mathrm{u}(t)$, где су $Y_0 = 5\,\mathrm{cm}$, $Y_{\mathrm{m}} \approx -1{,}96\,\mathrm{mm}$, $A \approx -9{,}70\,\mathrm{mm}$ и $B \approx -48{,}04\,\mathrm{mm}$. (в) Прелазни одзив је $y_{\mathrm{t}}(t) = Y_{\mathrm{m}}\,\mathrm{e}^{-\sigma t}\,\mathrm{u}(t)$. (г) Устаљени одзив система је $y_{\mathrm{ss}}(t) = Y_0 + A\sin(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t)$

- **Резултати колоквијума биће објављени најкасније до среде, 23. јуна, у 23:00h.**
- **Термин увида биће саопштен накнадно.**