<u>Интегрални испит</u> из Сигнала и система

Напомене. Израда интегралног испита траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара, једне испитне вежбанке и *неизмењеног* листа са таблицама са сајта Предмета. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама иза одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.
На омоту вебжанке написати и „ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ“.

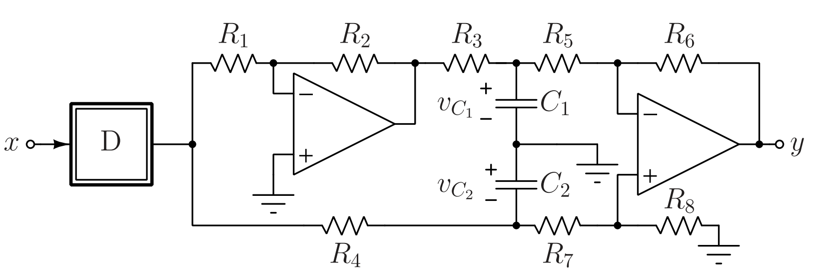
<table>
<tr><td colspan="9">Подаци о студенту</td><td>ЛАБ. ВЕЖБЕ</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td></tr>
<tr><td>Број индекса (година/број)</td><td colspan="8">Име и презиме</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="8"></td></tr>
<tr><td colspan="5">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td rowspan="2">ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>Σ</td><td>1</td><td>2</td><td>Σ</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Питања.

1.[17п] Израчунати (а)**[7п]** енергију континуалног сигнала $x(t) = \dfrac{\mathrm{rect}(t)}{5 - 4\cos(2\pi t)}$. Израчунати (б)**[3п]** вредност одређеног интеграла $I_0 = \displaystyle\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{1 - t + 2t^3 - t^5 + 2t^7}{\cos^2(t)}\,\mathrm{d}t$. Одредити (в)**[7п]** устаљени одзив система дефинисаног диференцијалном једначином $(\mathrm{D}^2 + 1)y(t) = x(t)$, ако је дата побуда $x(t) = \cos(2t)\,\mathrm{u}(t)$.

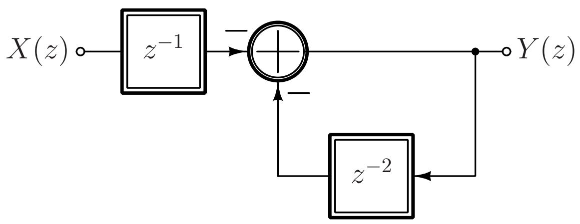
(а)	(б)	(в)
$W_x =$	$I_0 =$	$y_{\mathrm{ss}}(t) =$

2.[8п] У колу са слике употребљени су идеални операциони појачавачи и идеалан блок за диференцирање, $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$. Излаз блока за диференцирање се понаша као идеалан напонски генератор. Познато је $R_1 = R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 100\,\Omega$, $R_4 = 10\,\Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 100\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 1\,\mu\mathrm{F}$, $C_2 = 10\,\mu\mathrm{F}$. У почетном тренутку $t_0 = 0^-$ познати су напони кондензатора $v_{C_1}(t_0) = -v_{C_2}(t_0) = 2\,\mathrm{V}$, према референтним смеровима са слике. Побуда система је $x(t) = 1\,\mathrm{V} \cdot t\,\mathrm{u}(t)$. Приближно одредити потпуни одзив система, $y(t)$, за $t \geq 0$. Инжењерске апроксимације су дозвољене.



$y(t) =$

3.[10п] Дата је $\mathcal{Z}$ трансформација каузалног сигнала као $V(z) = \dfrac{3z^2 + 2z + 1}{z^3 + z^2 + z + 1}$. Израчунати (а)**[4п]** вредност $K = v[0] + v[1] + 3v[2]$, где је $v[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{V(z)\}$. Одредити (б)**[3п]** преносну функцију, $H(z)$, и (в)**[3п]** импулсни одзив, $h[n]$, дискретног система представљеног блок дијаграмом на слици.



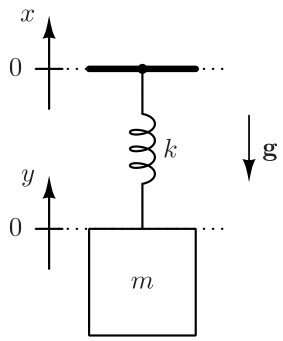
(а)	(b)
$K =$	$H(z) =$
(в) $h[n] =$	

4.[15п] Дат је $BIBO$ стабилан дискретан систем чија функција преноса, $H(z)$, задовољава услов $H(\infty) = 2$. Одредити (а)**[5п]** импулсни одзив тог система, $h[n]$, ако је познато да функција преноса има три проста пола из скупа $\left\{-2, \frac{1}{2}, 2\right\}$, двоструку нулу у нули и просту нулу у тачки -1. Одредити (б)**[5п]** област конвергенције, ROC, функције преноса. Израчунати (в)**[5п]** $H(\mathrm{j}\Omega)$ за дискретне кружне учестаности из скупа $\Omega \in \{0, \pi\}$.

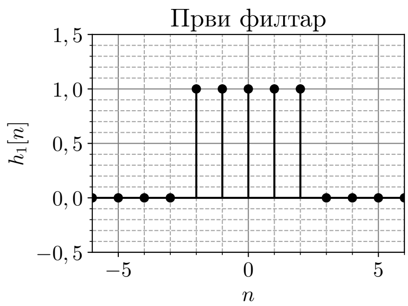
(а)	(б)	(в)
$h[n] =$	ROC :	$H(\mathrm{j}0) =$ $\qquad$ $H(\mathrm{j}\pi) =$

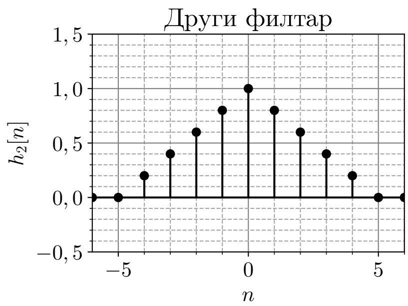
Задаци.

1. [25п] У механичком систему са слике је тег масе $m = 8\,\mathrm{kg}$ обешен о опругу коефицијента еластичности $k = 4\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Опруга је другим крајем фиксирана за ослонац који се може померати у вертикалном правцу. Отклон ослонца у односу на референтан положај је $x = x(t)$, а отклон тега <u>у односу на равнотежни положај када је ослонац у референтном положају</u> је $y = y(t)$, као на слици. Побуда посматраног система је x а одзив је y. Одредити (а)**[6п]** функцију преноса система, $H(s)$, у Лапласовом домену. Применом Лапласове трансформације, одредити (б)**[15п]** принудни одзив овога система на побуду дату изразом $x(t) = X_\mathrm{m}\left(1 - \mathrm{e}^{-\sigma t}\right)\mathrm{u}(t)$, где су $\sigma = 3{,}5\,\mathrm{s}^{-1}$ и $X_\mathrm{m} = 5\,\mathrm{cm}$. Одредити (в)**[2п]** прелазни и (г)**[2п]** устаљени одзив за задату побуду, познато је $y(0^-) = 0$. Вектор гравитационог убрзања, $\mathbf{g}$, је усмерен као на слици.



2. [25п] На слици су приказани импулсни одзиви два дискретна филтра $h_1[n]$ и $h_2[n]$. Ван приказаног временског интервала, све вредности одбирака импулсних одзива филтара равни су нули. Одредити (а)**[5п]** амплитудске фреквенцијске карактеристике ових филтара $|H_1(\mathrm{j}\Omega)|$ и $|H_2(\mathrm{j}\Omega)|$. Израчунати (б)**[5п]** дискретне кружне учестаности на којима је амплитудско појачање равно нули и приближно израчунати (в)**[5п]** дискретне кружне учестаности из опсега $0 < \Omega < \pi$ на којима појачања филтара имају локалне максимуме и вредности тих максимума. Користећи резултате из претходних тачака (г)**[5п]** скицирати обе амплитудске фреквенцијске карактеристике на истом дијаграму, у опсегу дискретних кружних учестаности $0 \le \Omega \le \pi$. Оба филтра се побуђују одговарајућим простопериодичним сигналима, јединичне амплитуде, $x_1[n] = \cos(\Omega_1 n)$ и $x_2[n] = \cos(\Omega_2 n)$, и дискретне кружне учестаности из опсега $\frac{2\pi}{5} \le \Omega_1, \Omega_2 \le \pi$ тако да су амплитуде сигнала на излазу филтара, $Y_{1\mathrm{m}}$ и $Y_{2\mathrm{m}}$, максималне. Приближно (д)**[5п]** израчунати однос амплитуда устаљених одзива ових филтара за такве побуде $\rho = \frac{Y_{1\mathrm{m}}}{Y_{2\mathrm{m}}}$.





<u>Напомена.</u> Користити апроксимацију да су одговарајући аргументи локалних максимума функције $\left|\frac{\sin(ax)}{\sin(bx)}\right|$ практично исти као и аргументи максимума функције $|\sin(ax)|$ за $a > 2b$ и $b < 1$.

Одговори на питања и решења задатака

Питања.

1. (а) $W_x = \dfrac{5}{27}$, (б) $I_0 = 2\sqrt{3}$, (в) $y_{\mathrm{ss}}(t) = \dfrac{1}{3}\big(\cos(t) - \cos(2t)\big)$.

2. $y(t) = 2\,\mathrm{V}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\right)$, $\tau = 100\,\mu\mathrm{s}$

3. (а) $K = 0$, (б) $H(z) = -\dfrac{z}{z^2+1}$, (в) $h[n] = -\sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)\mathrm{u}[n]$

4. (а) $h[n] = -2\cdot 2^n\,\mathrm{u}[-n-1] - \dfrac{2}{5}(-2)^n\,\mathrm{u}[-n-1] - \dfrac{2}{5}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \mathrm{u}[n]$, (б) $H(z) = \dfrac{2z(z+1)}{(z-2)(z+2)\left(z-\dfrac{1}{2}\right)}$, (в) ROC : $\dfrac{1}{2} < |z| < 2$

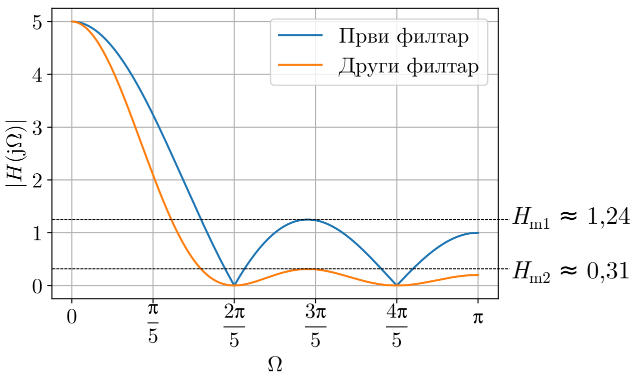
(г) $H(\mathrm{j}0) = -\dfrac{8}{3}$, $H(\mathrm{j}\pi) = 0$.

Задаци.

1. (а) Функција преноса система је $H(s) = \dfrac{\omega_0^2}{s^2+\omega_0^2}$, где је природна учестаност система $\omega_0 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. (б) Одзив на побуду је $y(t) = \left(Y_0 + Y_{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{-\sigma t} + A\sin(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t)\right)\mathrm{u}(t)$, где су $Y_0 = 5\,\mathrm{cm}$, $Y_{\mathrm{m}} \approx -1{,}96\,\mathrm{mm}$, $A \approx -9{,}70\,\mathrm{mm}$ и $B \approx -48{,}04\,\mathrm{mm}$. (в) Прелазни одзив је $y_{\mathrm{t}}(t) = Y_{\mathrm{m}}\,\mathrm{e}^{-\sigma t}\,\mathrm{u}(t)$. (г) Устаљени одзив система је $y_{\mathrm{ss}}(t) = Y_0 + A\sin(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t)$

2. (а) Амплитудске фреквенцијске карактеристике филтара су $|H_1(\mathrm{j}\Omega)| = \left|\dfrac{\sin(2{,}5\Omega)}{\sin(0{,}5\Omega)}\right|$ и $|H_2(\mathrm{j}\Omega)| = \dfrac{1}{5}\left|\dfrac{\sin(2{,}5\Omega)}{\sin(0{,}5\Omega)}\right|^2$. (б) Дискретне кружне учестаности нула оба филтра су исте, из скупа $\left\{\dfrac{2\pi}{5}, \dfrac{4\pi}{5}\right\}$. (в) У задатом опсегу, обе фреквенцијске карактеристике имају имају исти једини локални максимум, приближно $\Omega_{\mathrm{m}} \approx \dfrac{3\pi}{5}$. Вредност тог максимума за први филтар је $H_{\mathrm{m1}} = \dfrac{1}{\sin\left(\dfrac{3\pi}{10}\right)} \approx 1{,}24$ а за други филтар је $H_{\mathrm{m2}} = \dfrac{1}{5\sin^2\left(\dfrac{3\pi}{10}\right)} \approx 0{,}31$.

(г) Тражени дијаграм је на слици.



(д) Тражени однос је је $\rho \approx 5\sin\left(\dfrac{3\pi}{10}\right) \approx 4{,}04$.

- **Резултати интегралног испита биће објављени најкасније до среде, 23. јуна, у 23:00h.**
- **Термин увида биће саопштен накнадно.**