Електротехнички факултет Универзитета у Београду — Катедра за Електронику

Интегрални испит из Сигнала и система 11. јул 2021.

Напомене. Израда интегралног испита траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара, једне испитне вежбанке и *неизмењеног* листа са таблицама са сајта Предмета. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама иза одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.
На омоту вебжанке написати и „ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ“.

Подаци о студенту		ЛАБ. ВЕЖБЕ	УКУПНО ПОЕНА
Број индекса (година/број)	Име и презиме		

ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ	**ОЦЕНА**
1	2	3	4	Σ	1	2	Σ		

Питања.

1.[13п] Применом својстава парних и непарних сигнала (а)**[6п]** израчунати вредност интеграла $I_0 = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos t}{1+\mathrm{e}^{\sin 2t}}\mathrm{d}t$. Нека је дат континуалан сигнал $x(t) = \delta(t-1)$, и познато је да је $x(t) * x(1-2t) = A\delta(Bt+C)$, где су A, B и C рационалне константе, при чему је $2 > B > 0$. Израчунати (б)**[7п]** вредности константи A, B и C.

(а) $I_0 =$
(б) $A =$ $C =$ $B =$

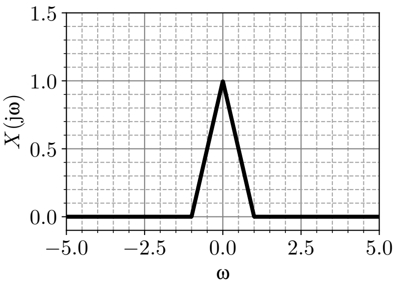
2.[12п] Нека је дат дискретан сигнал изразом $x[n] = \mathrm{u}[-n-1] \cdot \Delta\mathrm{u}[n]$, где је Δ оператор диференце унапред. Одредити, у најједноставнијој форми, (а)**[6п]** сигнал $y[n] = x[n] * \mathrm{D}\nabla\delta[n]$, где су D и ∇ оператори кашњења и диференце уназад, респективно. Ако је одзив посматраног дискретног *LTI* система на побуду дискретним јединичним низом дат изразом $s[n] = \mathrm{u}[9-n^2]$, одредити (б)**[6п]** импулсни одзив, $h[n]$, тога система.

(а) $y[n] =$
(б) $h[n] =$

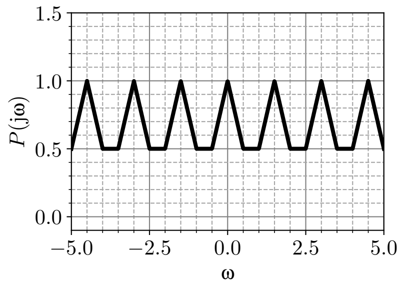
3.[13п] Нека су дати континуалан сигнал $x(t) = \mathrm{u}(t) + \mathrm{e}^{2t}\mathrm{u}(-t) - \mathrm{e}^{-3t}\mathrm{u}(t)$, и билатерална Лапласова трансформација континуалног сигнала $y(t)$ изразом $Y(s) = \frac{s-2}{s^2+5s+6}$, чија је област конвергенције $-3 < \mathbb{Re}\{s\} < -2$. Одредити (а)**[5п]** билатералну Лапласову трансформацију, $X(s)$, сигнала $x(t)$ и њену област конвергенције, ROC. Одредити (б)**[8п]** сигнал $y(t)$.

(а) $X(s) =$ ROC :
(б) $y(t) =$

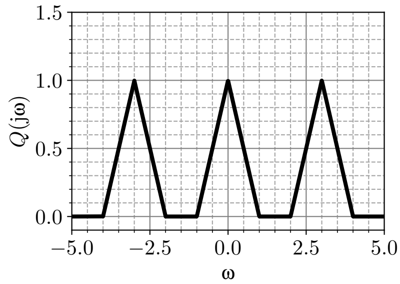
4.[12п] На слици 4.1 приказан је спектар $X(\mathrm{j}\omega)$ сигнала $x(t)$. Помоћу сигнала $x(t)$, у временском домену, изразити сигнале (а)**[4п]** $p(t)$ и (б)**[4п]** $q(t)$ чији су спектри приказани на сликама 4.2 и 4.3. Сви приказани спектри су реални. Скицирати (в)**[4п]** амплитудски спектар, $|R(\mathrm{j}\omega)|$, сигнала $r(t) = q(t) * \mathrm{rect}\left(\dfrac{t - \frac{T_\mathrm{s}}{2}}{T_\mathrm{s}}\right)$, где је $T_\mathrm{s} = 1{,}5$.



Слика 4.1



Слика 4.2



Слика 4.3

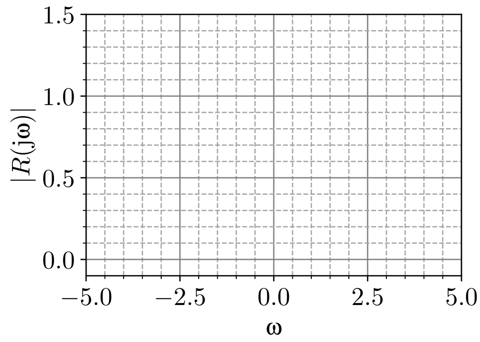
(а)

$p(t) =$

(б)

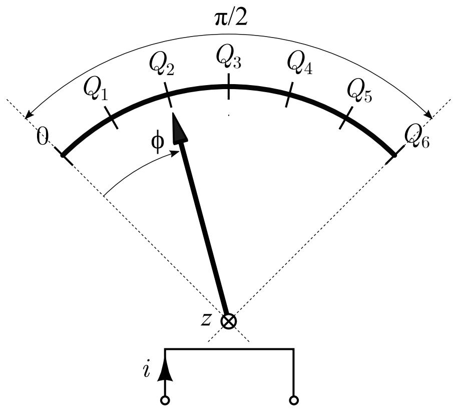
$q(t) =$

(в)

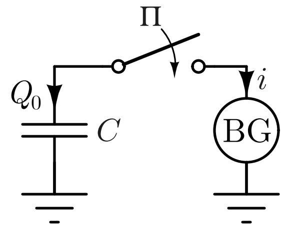


Задаци.

1. [25п] На слици 1.1 је приказана једна конструкција балистичког галванометра (БГ), инструмента за мерење протока наелектрисања. Казаљка инструмента може да прави угаони отклон у границама $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$. Веза између струје, $i = i(t)$, на јединому електричном приступу БГ и угаоног отклона казаљке, $\phi = \phi(t)$, дата је диференцијалном једначином $J\frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}t^2} + F\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} + K\phi = \alpha i$, при чему је познато $J = 6\,\mathrm{s}^2$, $F = 24\,\mathrm{s}$, $K = 24$ и $\alpha = \pi\mathrm{e}\frac{1}{\mu\mathrm{A}}$, где је e основа природног логаритма. Сматрати да се тај приступ БГ, у електричном смислу, понаша као савршен кратак спој. Инструмент се калибрише на основу огледа са слике 1.2. Непосредно пре затварања прекидача, кондензатор је оптерећен количином наелектрисања $Q_0 = 1\,\mu\mathrm{C}$ а казаљка БГ мирује у нултом положају, $\phi = 0$. Решавањем у временском домену одредити (а)**[12п]** кретање казаљке, $\phi(t)$, по затварању прекидача до успостављања новог стационарног стања. Скицирати (б)**[6п]** временски дијаграм $\phi(t)$. Израчунати (в)**[7п]** вредности једнако размакнутих подеока са слике 1.1, Q_1, Q_2, $\ldots$, Q_6, ако се као показивање инструмента (односно, количина наелектрисања протекла у импулсу) очитава вредност на коју показује казаљка у тренутку када је најдаље од нултог подеока током свог кретања.

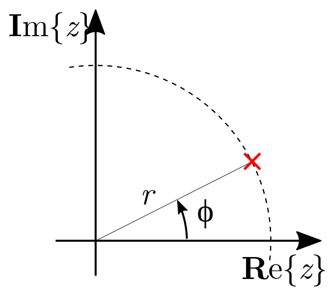


Слика 1.1.



Слика 1.2

2.[25п] Посматра се дискретан филтар без нула, са четири пола функције преноса. Полови леже у теменима квадрата, чије дијагонале се секу у координатном почетку, на кружници полупречника $r = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. Потег једног од полова, у првом квадранту, заклапа са позитивним делом реалне осе угао ϕ $(0 < \phi < \pi/2)$, као на слици. Позната је још и минимална вредност амплитудске фреквенцијске карактеристике $|H(\mathrm{j}\Omega)|_{\min} = 2$. Одредити (а)**[5п]** угао ϕ тако да се дати филтар може реализовати помоћу сабирача, блокова за кашњење и појачавача реалног појачања и (б)**[5п]** нацртати једну такву реализацију. За ϕ одређено у претходној тачки, одредити (в)**[5п]** функцију преноса филтра, $H(z)$. Ако је $h[n]$ импулсни одзив тог система, израчунати (г)**[5п]** најмањи цели број $n_{\min}$ тако важи $h[n_{\min}] \neq 0$ и израчунати вредност $h[n_{\min}]$. Одредити (д)**[5п]** устаљени одзив овог филтра на побуду $x[n] = \cos\left(\frac{5\pi n}{8}\right) \mathrm{u}[n]$.



Електротехнички факултет Универзитета у Београду — Катедра за Електронику

<u>Интегрални испит</u> из Сигнала и система

11. јул 2021.

Одговори на питања и решења задатака

Питања.

1. (а) $I_0 = 1$, (б) Пример решења је: $A = \frac{1}{2}$

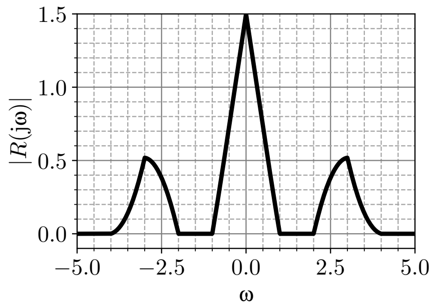
$B = 1$

$C = -1$

2. (а) $y[n] = \Delta\delta[n] = \delta[n+1] - \delta[n]$, (б) $h[n] = \delta[n+3] - \delta[n-4]$.

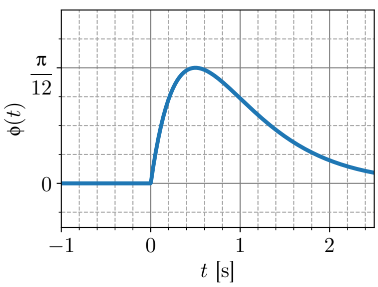
3. (а) $X(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s-2} - \frac{1}{s+3}$, ROC : $0 < \mathbb{R}\mathrm{e}\{s\} < 2$. (б) $y(t) = 5\mathrm{e}^{-3t}\mathrm{u}(t) + 4\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{u}(-t)$

4. (а) $p(t) = x(t) \cdot Ш_{T_1}(t)$, где је $T_1 = \frac{4\pi}{3}$. (б) $q(t) = x(t) \cdot Ш_{T_2}(t)$, где је $T_2 = \frac{2\pi}{3}$ (в)



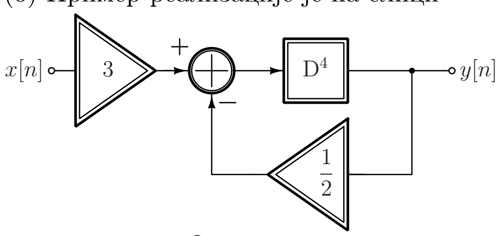
Задаци.

1. (а) Казаљка се креће према изразу $\phi(t) = \Phi_0' \, t \, \mathrm{e}^{\sigma t}$, где су $\Phi_0' = \frac{\pi \mathrm{e}}{6}\,\mathrm{s}^{-1}$ и $\sigma = -2\,\mathrm{s}^{-1}$. (б) Тражени дијаграм је на слици,



(в) Подеоци треба да буду $Q_k = k\,\mu\mathrm{C}$ за $k = 1, 2, \ldots, 6$.

2. (а) Треба да буде $\phi = \frac{\pi}{4}$. (б) Пример реализације је на слици



(в) Функција преноса филтра је $H(z) = \dfrac{3}{z^4 + \frac{1}{2}}$. (г) Минимална вредност је $n_{\min} = 4$, а вредност је $h[n_{\min}] = 3$. (д) Устаљени одзив је $y_{\mathrm{ss}}[n] = \frac{6}{\sqrt{5}} \cos(\pi n - \operatorname{arctg} 2)$.

- **Резултати интегралног испита биће објављени најкасније до <u>уторка, 13. јула, у 23:00h</u>.**
- **Увид у радове биће одржан у <u>среду, 14. јула, од 18:00h у соби П-18</u>, Павиљон Рашовић.**