<u>Надокнада колоквијума</u> из Сигнала и система

Напомене. Израда надокнаде колоквијума траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара, једне испитне вежбанке и *неизмењеног* листа са таблицама са сајта Предмета. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама иза одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.
На омоту вебжанке написати и „КОЛОКВИЈУМ“.

Подаци о студенту	
Број индекса (година/број)	Име и презиме

ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			**КОЛОКВИЈУМ**
1	2	3	4	Σ	1	2	Σ	

Питања.

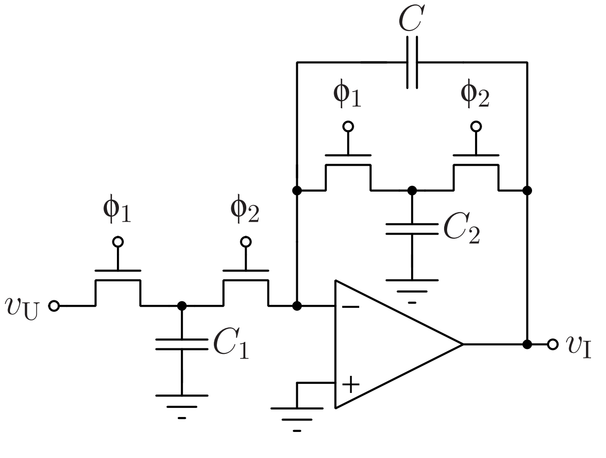
1.[10п] Нека је дат систем једначина
$$\begin{cases} \left(\mathrm{D}^2 + \dfrac{1}{100}\right) g(t) = \mathrm{D}x(t) \\ y(t) = g(t) \cdot \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT - \tau) \end{cases}$$
, где су $\tau > 0$ и $T > 0$, а D је оператор диференцирања. Дати систем једначина описује каузалан *LTI* систем чији је једини улаз $x(t)$ а једини излаз $y(t)$. Израчунати минималну вредност параметра T тако да постоји вредност параметра τ за коју је посматрани систем стабилан у *BIBO* смислу.

$T =$

2.[15п] Нека је дат дискретан *LTI* систем диференцном једначином $\left(\mathrm{E} - \dfrac{1}{10}\right) y[n] = x[n]$, где је E оператор предикције. Побуда система је $x[n] = 22\left(\dfrac{1}{10}\right)^{n-1} \mathrm{u}[n]$ а позната је и једна вредност одзива, $y[0] = 10$. Одредити (а)**[5п]** сопствени и (б)**[10п]** принудни одзив система за задату побуду.

(а)	(б)
$y_{\mathrm{s}}[n] =$	$y_{\mathrm{p}}[n] =$

3.[15п] На слици је приказана прекидачко–капацитивна реализација нископропусног филтра првог реда, једносмерног појачања $A_0 = -10$, са једним полом функције преноса на учестаности $f_{\mathrm{p}} = 2\,\mathrm{kHz}$. Познато је и $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Управљачке фазе (тактови) MOS прекидача, ϕ_1 и ϕ_2, су непреклапајући, учестаности $f_{\mathrm{clk}} = 10\,\mathrm{MHz}$. Израчунати капацитивности C_1 и C_2.



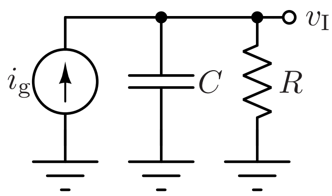
$C_1 =$
$C_2 =$

4.[10п] Дата је Фуријеова трансформација $X(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\mathrm{j}\omega + 1}{(\mathrm{j}\omega + 2)(\mathrm{j}\omega + 3)}$ сигнала $x(t)$. Ако је познато да је $Y(\mathrm{j}\omega) = \mathbb{R}\mathrm{e}\{X(\mathrm{j}\omega)\}$ одредити $z(t) = \dfrac{y(-t) - y^*(t)}{2}$, где је $y(t) = \mathcal{FT}^{-1}\{Y(\mathrm{j}\omega)\}$.

$z(t) =$

Задаци.

1. [25п] У колу са слике познато је $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ и $C = 100\,\mathrm{nF}$. Посматра се континуални систем, чији је једини улаз струја идеалног струјног генератора $i_\mathrm{g} = i_\mathrm{g}(t)$, а једини излаз напон $v_\mathrm{I} = v_\mathrm{I}(t)$. Одредити (а)**[5п]** диференцијалну једначину тог система, у облику $P(\mathrm{D})\,v_\mathrm{I} = Q(\mathrm{D})\,i_\mathrm{g}$, где је $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, и испитати (б)**[5п]** његову асимптотску стабилност. Тако одређен систем потребно је симулирати на дигиталном рачунару, зарад чега је неопходно дати систем дискретизовати у времену. Дискретизација се обавља заменом оператора диференцирања у времену скалираним оператором диференце унапред $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mapsto \dfrac{\Delta}{T}$, а дискретизовани систем онда апроксимира еквивалентна диференцна једначина, $P\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{v}_\mathrm{I} = Q\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{i}_\mathrm{g}$, по низовима $\hat{v}_\mathrm{I}[n] = v_\mathrm{I}(nT)$ и $\hat{i}_\mathrm{g}[n] = i_\mathrm{g}(nT)$, где је $T > 0$ период дискретизације. У зависности од параметра T (в)**[10п]** испитати стабилност дискретизованог система у асимптотском смислу. За вредност T за коју је систем маргинално стабилан (г)**[5п]** скицирати импулсни одзив дискретизованог система.



2. [25п] Фуријеова трансформација импулсног одзива линеарног система је дата изразом

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{K}{\mathrm{j}\omega + \omega_{\mathrm{p}0}} \cdot \frac{\mathrm{j}\omega + \omega_\mathrm{n}}{\mathrm{j}\omega + \omega_{\mathrm{p}1}},$$

где су $\omega_{\mathrm{p}0} = 10\omega_\mathrm{n} = 10\,\dfrac{\mathrm{krad}}{\mathrm{s}}$, $\omega_{\mathrm{p}1} = 100\omega_\mathrm{n}$ и $K = 10\,\dfrac{\mathrm{krad}}{\mathrm{s}}$. Одредити (а)**[5п]** тип филтра који представља дати систем. Користећи операционе појачаваче и произвољан број отпорника и кондензатора (б)**[10п]** реализовати дати систем као напонски појачавач. Одредити (в)**[10п]** принудни одзив пројектованог кола на напонску побуду $v(t) = V_0\mathrm{e}^{-\omega_{\mathrm{p}1}t}\,\mathrm{u}(t - \tau)$, где су $V_0 = 1\,\mathrm{V}$ и $\tau = 100\,\mathrm{ms}$.

Надокнада колоквијума из Сигнала и система

Одговори на питања и решења задатака

Питања.

1. $T = 20\pi$

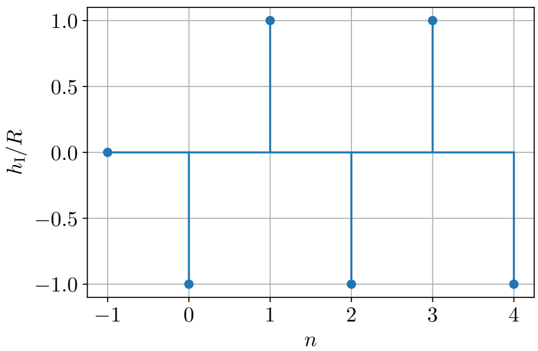
2. (а) $y_{\mathrm{s}}[n] = 10\left(\frac{1}{10}\right)^n \mathrm{u}[n]$, (б) $y_{\mathrm{p}}[n] = 2200n\left(\frac{1}{10}\right)^n \mathrm{u}[n]$

3. $C_1 = 40\pi\,\mathrm{nF}$, $C_2 = 4\pi\,\mathrm{nF}$

4. $z(t) = 0$.

Задаци.

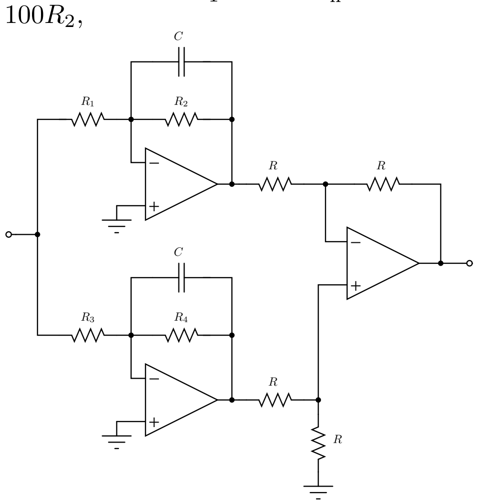
1. (а) Диференцијална једначина система је $Ri_{\mathrm{g}} = (\tau\mathrm{D}+1)v_{\mathrm{I}}$, где је $\tau = 200\,\mu\mathrm{s}$. (б) Систем је асимптотски стабилан. (в) Дискретизовани систем је $\left\{\begin{array}{c}\text{стабилан}\\ \text{маргинално стабилан}\\ \text{нестабилан}\end{array}\right\}$ за $\left\{\begin{array}{c}T < 200\,\mu\mathrm{s}\\ T = 200\,\mu\mathrm{s}\\ T > 200\,\mu\mathrm{s}\end{array}\right\}$. (г) Тражени дијаграм је приказан на слици. $h_{\mathrm{I}}[n] = -R(-1)^n\mathrm{u}[n]$.



Видети и задатак 10. из 3. недеље вежби.

2. (а) Филтар пропусник опсега учестаности

(б) Постоји више решења. Предлог решења је на слици. Треба да буде $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{10}$, $\frac{1}{\omega_{\mathrm{n}}C^{(1)}} = 10R_2$, $\frac{R_4}{R_3} = \frac{11}{100}$, $\frac{1}{\omega_{\mathrm{n}}C^{(2)}} = 100R_2$,



(в) $V_{\mathrm{I}}(s) = \dfrac{K(s+\omega_n)\mathrm{e}^{-\omega_{\mathrm{p}1}s}}{(s+\omega_{\mathrm{p}0})(s+\omega_{\mathrm{p}1})^2}\mathrm{e}^{-s\tau}$

Видети и задатак 3.43 из референтне збирке задатака.

- **Резултати надокнаде колоквијума биће објављени најкасније до уторка, 7. септембра, у 20:00h.**
- **Термин увида у радове биће саопштен накнадно.**