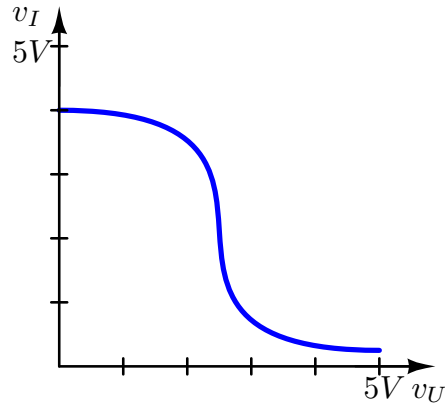


STATIČKE KARAKTERISTIKE LOGIČKIH KOLA

Zadatak 1

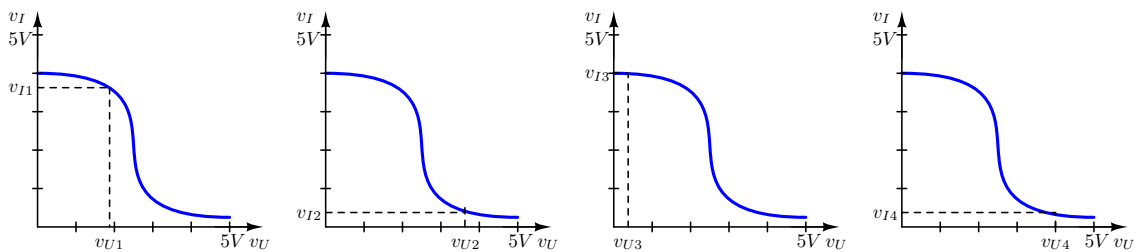
Karakteristika prenosa jednog invertorskog kola koje se napaja sa $V_{CC} = 5V$ prikazana je na slici 1.1. Ako se ovo kolo poveže u lanac sa beskonačnim, ali parnim, brojem istih kola i ako se na ulaz lanca dovede napon $V_U = 1.75V$, grafički odrediti izlazni napon lanca.



Slika 1.1: Karakteristika invertorskog kola

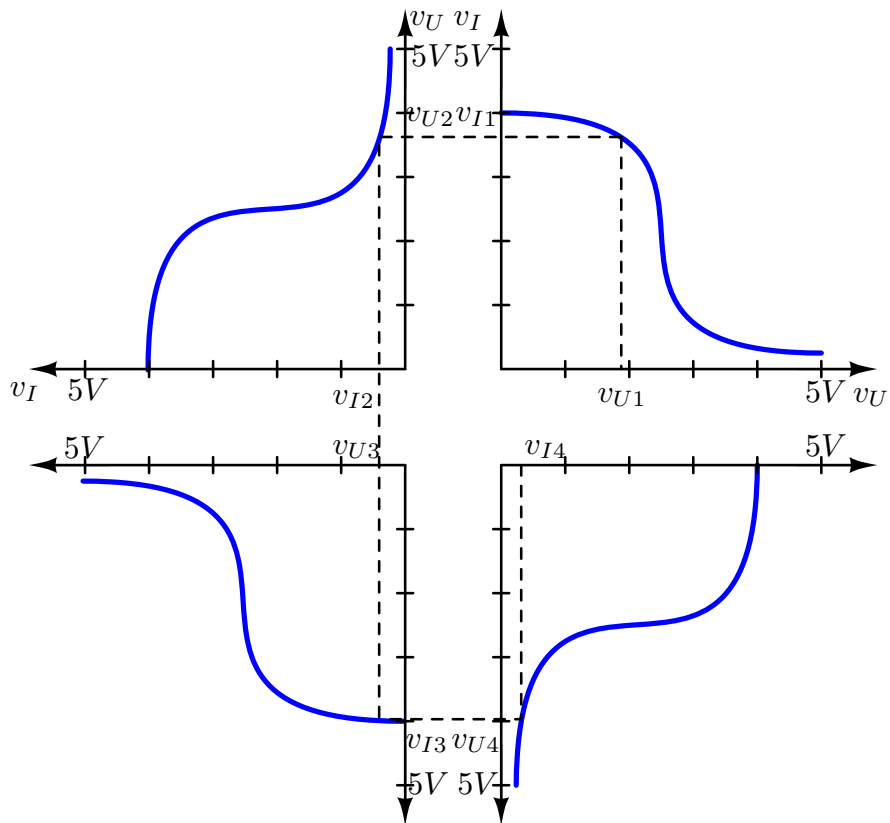
REŠENJE:

Sa karakteristike prenosa možemo za svaki ulazni napon kola grafički očitati izlazni napon. Ulazni napon u prvo kolo je $V_{U1} = 1.75V$ i sa grafika se dobija koliki je izlazni napon iz prvog kola v_{I1} . Ovaj napon predstavlja ulazni napon u drugo kolo $v_{U2} = v_{I1}$, čiji izlazni napon v_{I2} takođe očitavamo sa karakteristike prenosa. Izlazni napon v_{I3} se dobija kada je ulazni napon $v_{U3} = v_{I2}$ (slika 1.2).



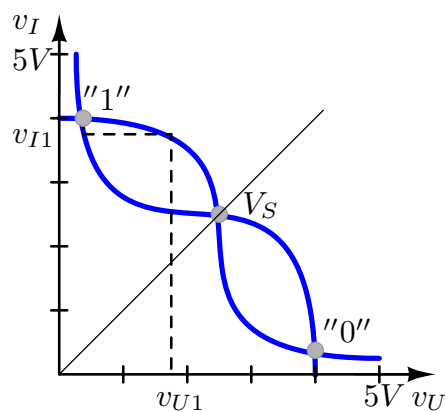
Slika 1.2: Određivanje izlaznog napona invertora u nizu

Ceo proces se može lakše izvesti ukoliko koristimo 4 kopije karakteristike prenosa, koje su zarotirane tako da osa izlaznog napona jedne karakteristike odgovara ulaznom naponu sledeće karakteristike (slika 1.3). Postupak je identičan kao u prethodnom slučaju.



Slika 1.3: Alternativni način za određivanje izlaznog napona invertora u nizu

Prethodni postupak se može još pojednostaviti preslikavanjem karakteristike u odnosu na pravu $v_I = v_U$ kao što je prikazano na slici 1.4. Sa slike se može primetiti da postoje dve oblasti između karakteristike i preslikane karakteristike. Svaka od ove dve oblasti prilikom više iteracija "približava" radnu tačku ka tački preseka ove dve krive (tačke "1" ili "0" na slici). Ovo predstavlja dobru osobinu digitalnih kola koja obezbeđuje regeneraciju naponskih vrednosti. Naponske vrednosti kojima konvergiraju naponske vrednosti na izlazu kola predstavljaju napon logičke jedinice odnosno nule.

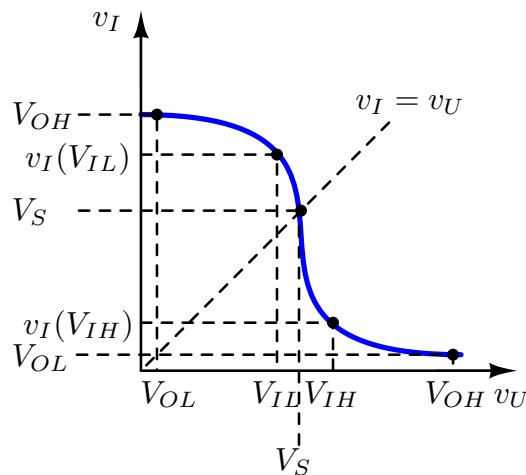


Slika 1.4: Alternativni način za određivanje izlaznog napona invertora u nizu

Zadatak 2

Invertor, čija je karakteristika prenosa data na slici 2.1, nalazi se u beskonačnom lancu istih takvih kola. Odrediti:

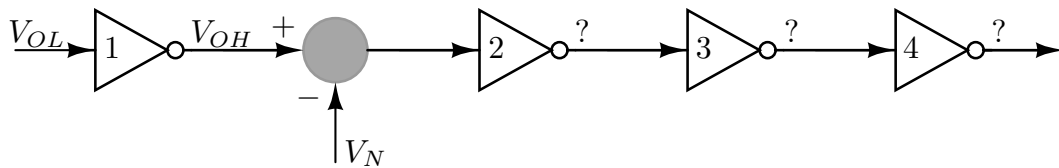
- a) Margine šuma kola u slučaju jednostrukog izvora šuma.
- b) Margine šuma kola u slučaju višestrukog izvora šuma.



Slika 2.1: Karakteristika prenosa invertora

REŠENJE:

a) Margine šuma u slučaju jednostrukog izvora šuma ili *Single Source Noise Margin (SSNM)* podrazumevaju izvor šuma amplitude V_N na ulazu samo jednog kola u lancu logičkih kola istog tipa. Na slici 2.2, prikazano je ekvivalentno kolo koje ilustruje takav slučaj.



Slika 2.2: Ekvivalentno kolo za određivanje *SSNM*

Kao što se vidi sa slike 2.2, šum amplitude V_N superponira se sa signalom na izlazu invertora 1, tako da će naponski nivo na ulazu invertora 2 biti:

$$v_{U2} = V_{OH} - V_N$$

Prema karakteristici prenosa datoj na slici 2.1, uočavamo da naponski nivo na ulazu invertora 2 ne sme biti manji od vrednosti napona prebacivanja, obzirom da je u oblasti $V_{IL} < v_U < V_{IH}$ nagib karakteristike prenosa veći od 1. Dakle, amplituda šuma mora biti takva da je zadovoljena nejednakost:

$$V_{OH} - V_N > V_S \tag{2.1}$$

Na sličan način, u slučaju kada je na izlazu invertora 1 nizak logički nivo, dobijamo:

$$V_{OL} + V_N < V_S \tag{2.2}$$

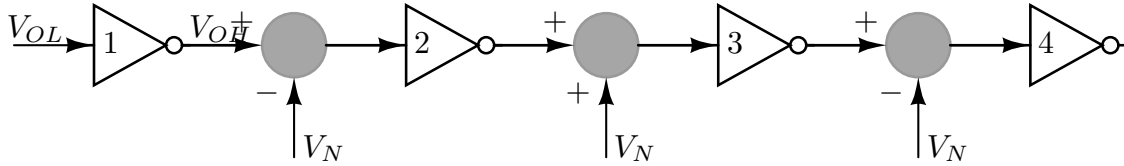
Ukoliko je amplituda šuma takva da su zadovoljene nejednakosti 2.1 i 2.2, usled regenerativnih svojstava invertora čija je karakteristika prenosa data na slici 2.1, u narednih nekoliko stepeni, na izlazima invertora u lancu, obnoviće se logički nivoi.

Dakle, margine šuma kola u slučaju jednostrukog izvora šuma date su izazima:

$$NM_{0\ SSNM} = V_S - V_{OL}$$

$$NM_{1\ SSNM} = V_{OH} - V_S$$

b) Margine šuma u slučaju višestrukog izvora šuma ili *Multiple Source Noise Margin (MSNM)* podrazumevaju izvor šuma amplitude V_N na ulazu svih kola u lancu logičkih kola istog tipa. Na slici 2.3, prikazano je ekvivalentno kolo koje ilustruje takav slučaj.



Slika 2.3: Ekvivalentno kolo za određivanje *MSNM*

U slučaju višestrukog izvora šuma, naponski nivo na ulazu svakog invertora u lancu mora biti takav da odgovara tački na karakteristici prenosa gde je nagib karakteristike manji od jedan, odnosno:

$$\left| \frac{\partial v_I}{\partial v_U} \right|_{v_U=v_{U_i}} < 1 \quad (2.3)$$

U izrazu 2.3, vrednost v_{U_i} predstavlja vrednost napona na ulazu bilo kog kola u lancu u slučaju višestrukog izvora šuma.

Obzirom da za vrednost ulaznog napona $v_U = V_{IH}$ i $v_U = V_{IL}$ važi da je $\left| \frac{\partial v_I}{\partial v_U} \right| = 1$, uslov 2.3, u slučaju kada je na izlazu proizvoljnog invertora nizak logički nivo, svodi se na izraz:

$$v_I(V_{IH}) + V_N < V_{IL} \quad (2.4)$$

Na sličan način dobijamo da se uslov 2.3, u slučaju kada je na izlazu proizvoljnog invertora visok logički nivo, svodi na izraz:

$$v_I(V_{IL}) - V_N > V_{IH} \quad (2.5)$$

Kako je takođe ispunjeno da za vrednost ulaznog napona u okolini V_{OH} i V_{OL} važi:

$$\left| \frac{\partial v_I}{\partial v_U} \right| \ll 1$$

Uslovi 2.4 i 2.5, praktično se svode na uslove:

$$\begin{aligned} V_{OL} + V_N &< V_{IL} \\ V_{OH} - V_N &> V_{IH} \end{aligned}$$

Odnosno za margine šuma u slučaju višestrukog izvora šuma dobijamo:

$$\begin{aligned} NM_{0\ MSNM} &= V_{IL} - V_{OL} \\ NM_{1\ MSNM} &= V_{OH} - V_{IH} \end{aligned}$$

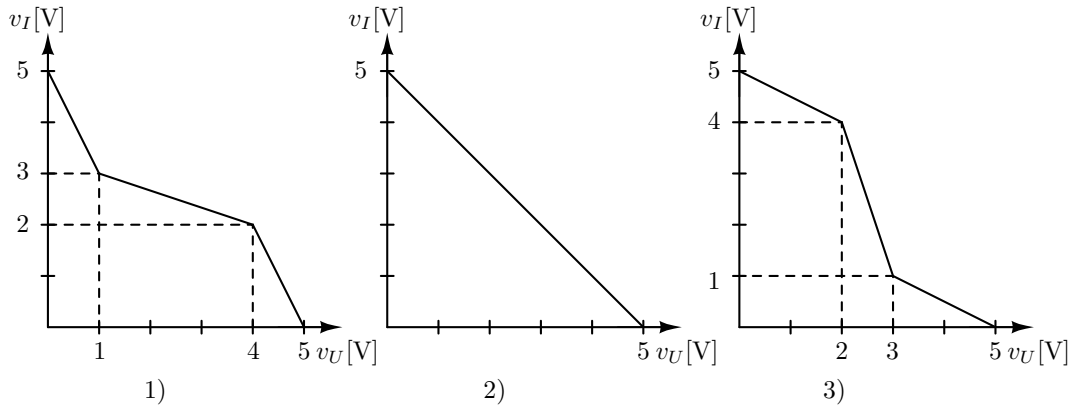
Napomena: Margine šuma u slučaju jednostrukog izvora šuma interesantne su sa stanovišta projektovanja samih logičkih kola, dakle sa stanovišta proizodača i projekatnata integrisanog kola. Sa druge strane, margine šuma u slučaju višestrukog izvora šuma imaju značaja u praktičnoj primeni, obzirom da se odnose na realni slučaj izvora šuma, pa se zbog toga sreću u zadacima kao dominantni pojam koji se određuje.

Zadatak 3

a) Na slici 3.1 prikazane su karakteristike prenosa sa tri različita invertorska kola koja se napajaju sa $V_{CC} = +5V$. Ako se ova kola povežu redno u lance sa beskonačnim, ali parnim, brojem kola i ako se na ulaz svakog lanca dovede napon $V_U = 2.7V$ odrediti napone na izlazima svakog od tri lanca. NAPOMENA: U svakom lancu su kola istog tipa.

b) Koje od njih se može upotrebiti kao logičko NE kolo? Obrazložiti odgovore za svaki tip.

c) Ako se kolo može upotrebiti kao logičko kolo odrediti V_{OH} , V_{OL} , V_{IH} , V_{IL} , prag odlučivanja (prebacivanja), margine šuma ako se pretpostavlja da se šum javlja samo na jednom mestu, margine šuma ako on može da se pojavi u više tačaka u kolu.



Slika 3.1: Karakteristike logičkih kola

REŠENJE:

a) 1) Za ulazni napon od $V_U = 2.7V$, tačka se nalazi na drugom delu izlomljene karakteristike i izlazni napon v_I je između 2V i 3V. To znači da je ulazni napon u sledeće kolo ($v_{U2} = v_{I1} = v_I$) takođe na drugom segmentu, pa je izlazni napon takođe u opsegu (2V, 3V), itd. Dakle, radne tačke svih invertora će biti na drugom segmentu. Jednačina ovog segmenta je $(v_I - 2.5V) = \frac{(2.5V - v_U)}{3}$. Kako je $v_I^{(n)} = v_U^{(n+1)}$ (izlazni napon nekog kola je ulazni napon sledećeg kola), to je $(v_I^{(n)} - 2.5V) = \frac{(2.5V - v_U^{(n)})}{3} = \frac{(2.5V - v_U^{(n-1)})^2}{3^2} = \frac{(2.5V - v_U^{(n)})^3}{3^3} = \dots = \frac{(2.5V - 2.7V)^n}{3^n}$, pa je $\lim_{n \rightarrow \infty} v_I^{(2n)} = 2.5V$.

2) Jednačina karakteristike je $v_I = 5V - v_U$, pa je $v_U = v_I^{(2)} = v_I^{(4)} = \dots = 2.7V$ i $v_I = v_I^{(3)} = v_I^{(5)} = \dots = 2.3V$

3) Iz tačke b) sledi da je izlazni napon 5V.

b) 1) Iz tačke a) sledi da nakon što se tačka nađe na drugom segmentu karakteristike, ona ostaje na njemu i teži tački (2.5V, 2.5V). Formula izvedena u tački a) govori i da se rastojanje od ove tačke smanjuje 3 puta posle svakog kola.

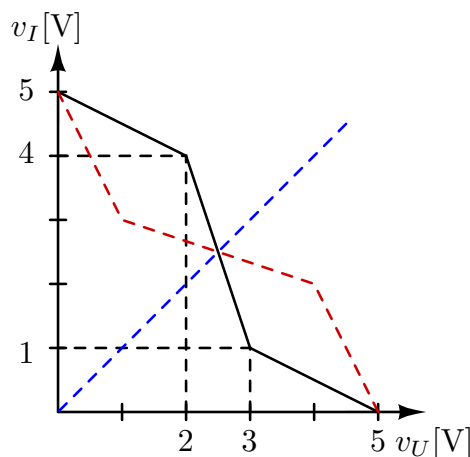
Jednačine prvog i trećeg segmenta su redom $v_I = 5 - 2v_U$ i $v_I = (5 - v_U) \cdot 2$. Odavde se može zaključiti da ukoliko je ulazni napon različit od 0V ili 5V, da će radna tačka u jednom trenutku dospeti na drugi segment, posle čega će, kako smo već zaključili, težiti izlaznom naponu od 2.5V. Zaista, za mali ulazni napon v_U za koji se tačka nalazi na prvom segmentu, izlaz će biti $v_I = 5 - 2v_U$ što je tačka na drugom ili trećem segmentu. Ukoliko pretpostavimo da nije na drugom, već na trećem, onda će izlazni napon drugog kola biti $v_I^{(2)} = (5 - (5 - 2v_U)) \cdot 2 = 4v_U$. Nakon još dva kola će po istom principu biti $v_I^{(4)} = 16v_U$, pa će kad-tad preći na drugi segment. Slično važi i ukoliko je ulazni napon na trećem segmentu. Nagib segmenata 1 i 3 koji je vrednosti 2 praktično znači da nakon svakog kola, radna tačka se duplo udaljava od tačaka 0V i 5V. Nagib segmenta 2 koji

ima vrednost $1/3$ praktično znači da taj segment nakon svakog kola smanjuje rastojanje od tačke $(V_S, V_S) = (2.5V, 2.5V)$ tri puta. Tačke $(0V, 5V)$ i $(5V, 0V)$ se slikaju jedna u drugu. Ovo ne predstavlja dobru karakteristiku logičkog kola jer ne postoji regenerativnost naponskih nivoa. Praktično svako odstupanje od $0V$ i $5V$ vodi radnu tačku ka $2.5V$ čime se uništava informacija o logičkoj vrednosti.

- 2) Iz tačke a) sledi da ovo kolo nema nikakva regenerativna svojstva i da zbog toga nije pogodno za primenu kao digitalno kolo.
- 3) Jednačine segmenata ove karakteristike su redom $v_I = 5 - v_U/2$, $(v_I - 2.5V) = (2.5V - v_U) \cdot 3$ i $v_I = (5 - v_U)/2$. Slično zaključujući kao za kolo 1 sledi da se na segmentima 1 i 3 svaki put smanjuje rastojanje do tačaka $0V$ i $5V$ dva puta, dok se na segmentu 2 tri puta povećava rastojanje od tačke $(2.5V, 2.5V)$. Dakle, ako je tačka na nekom od segmenata 1 ili 3, težiće ka $0V$ ili ka $5V$. Ukoliko je tačka na segmentu 2, njeno rastojanje od $2.5V$ će se povećavati sve dok ne završi na nekom od segmenata 1 ili 3. Ovo kolo pokazuje dobre karakteristike, jer regeneriše naponske nivoe na $5V$ ili $0V$, što znači da čuva logičke vrednosti.

c) Preslikavajući karakteristiku u odnosu na pravu $v_I = v_U$, dobijaju se tri preseka $(0V, 2.5V)$ i $5V$, tako da je $V_{OL} = 0V$, $V_S = 2.5V$ i $V_{OH} = 5V$. Nagibi segmenata 1 i 3 su po 0.5 do je nagib segmenta 2 jednak 3 , tako da tačke $V_{IL} = 2V$ i $V_{IH} = 3V$ predstavljaju tačke gde nagib postaje veći od 1 .

Sada je $NMSS_0 = V_S - V_{OL} = 2.5V$ i $NMSS_1 = V_{OH} - V_S = 2.5V$, dok je $NM_1 = V_{OH} - V_{IH} = 2V$ i $NM_0 = V_{IL} - V_{OL} = 2V$.



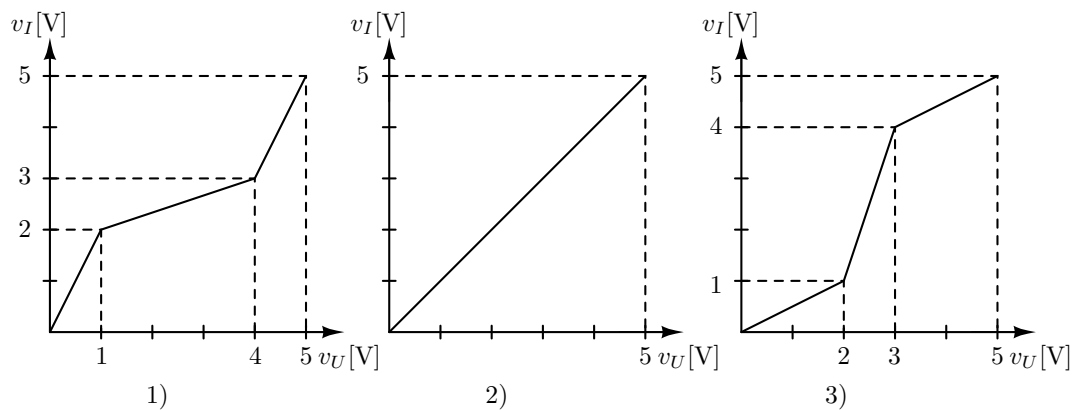
Slika 3.2: Karakteristika logičkog kola 3

Zadatak 4

a) Na slici 4.1 su prikazane karakteristike prenosa sa tri različita baferska kola koja se napajaju sa $V_{CC} = +5V$. Ako se ova kola povežu redno u lance sa beskonačnim brojem kola i ako se na ulaz svakog lanca dovede napon $V_U = 2.7V$ odrediti napone na izlazima svakog od tri lanca. NAPOMENA: U svakom lancu su kola istog tipa.

b) Koje od njih se može upotrebiti kao logičko bafersko kolo? Obrazložiti odgovore za svaki tip.

c) Ako se kolo može upotrebiti kao logičko kolo odrediti V_{OH} , V_{OL} , V_{IH} , V_{IL} , prag odlučivanja (prebacivanja), margine šuma ako se pretpostavlja da se šum javlja samo na jednom mestu, margine šuma ako on može da se pojavi u više tačaka u kolu.



Slika 4.1: Karakteristike

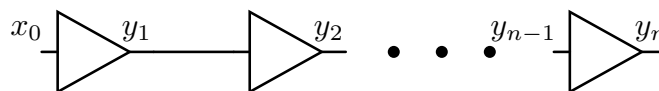
REŠENJE:

U slučaju linearne aproksimacije karakteristika prenosa mogu da se izvedu uopšteni rezultati na sledeći način:

- 1) bilo koji segment može da se prikaže u obliku

$$y = kx + C$$

- 2) u slučaju da se u lancu nalaze kola istog tipa



Slika 4.2: Lanac kola istog tipa

i da je svima radna tačka na istom delu linearne aproksimacije

$$y_n = k^n x_0 + \frac{k^n - 1}{k - 1} C$$

- 3) ako je $k > 1$ tj. pojačanje na karakteristici veće od 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty$$

Znači napon na izlazu će biti limitiran kolom i naponom napajanja.

- 4) ako je $k < 1$ tj. pojačanje na karakteristici manje od 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{1}{1 - k} C$$

Radna tačka "poslednjeg" kola (x' , y') je u tom slučaju

$$y' = \frac{1}{1 - k} C, \quad x' = \frac{1}{1 - k} C$$

odnosno $x' = y'$ i nalazi se u preseku tog linearnog segmenta karakteristike prenosa i prave $y = x$.

- 5) ako je $k = 1$ i $C = 0$ onda je $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = x_0$

- 6) ako je $k = 1$ i $C \neq 0$ onda je $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \text{sgn}(C) \cdot \infty$

a) Na osnovu gornje analize za karakteristike prenosa

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 2.5V$
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 2.7V$
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 5V$

b) Na osnovu rezultata tačke a)

- 1) karakteristika nema regenerabilnost i ne može da se koristi
- 2) karakteristika nema regenerabilnost i ne može da se koristi
- 3) karakteristika ima regenerabilnost i može da se koristi

c) Znači samo za karakteristiku sa slike c) po definiciji $V_{OH} = 5V$

$$V_{OL} = 0V$$

$$V_{IH} = 3V$$

$$V_{IL} = 2V$$

$$V_S = 2.5V$$

$$NMSS_1 = V_{OH} - V_S = 2.5V$$

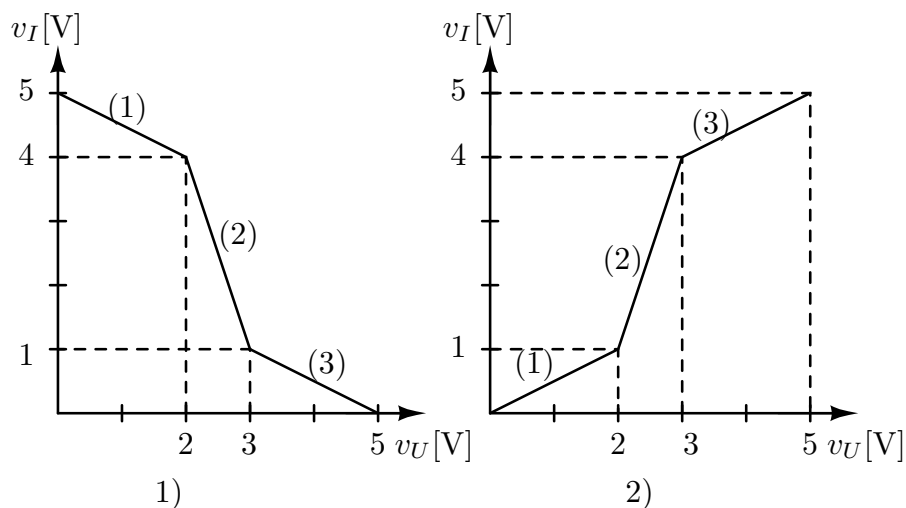
$$NMSS_0 = V_S - V_{OL} = 2.5V$$

$$NM_1 = V_{OH} - V_{IH} = 2V$$

$$NM_0 = V_{IL} - V_{OL} = 2V$$

Zadatak 5

Data su dva logička kola čije su karakteristike prikazane na slici 5.1. Odrediti karakteristiku logičkog kola koje se dobija vezivanjem datih logičkih kola na red, i odrediti V_{OH} , V_{OL} , V_{IH} , V_{IL} , prag odlučivanja (prebacivanja), margine šuma ako se pretpostavlja da se šum javlja samo na jednom mestu, margine šuma ako on može da se pojavi u više tačaka u kolu za novodobijeno kolo.



Slika 5.1: Karakteristike logičkih kola

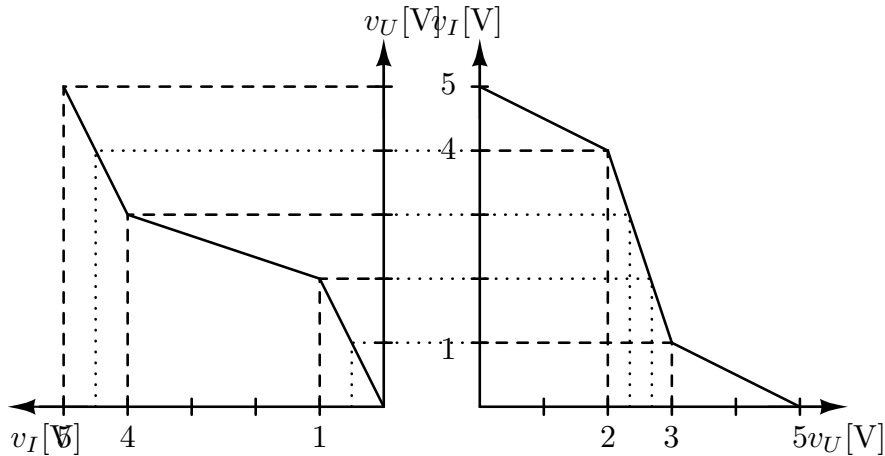
REŠENJE:

Sa slike 5.1 vidi se da obe karakteristike imaju po tri segmenta. Jednačine segmenata su:

- 1)
 - segment 1: $v_I^{(1)} = 5 - 0.5v_U$
 - segment 2: $v_I^{(2)} = 10 - 3v_U$

- segment 3: $v_I^{(3)} = 2.5 - 0.5v_U$
- 2)
- segment 1: $v_I^{(1)} = 0.5v_U$
 - segment 2: $v_I^{(2)} = 3v_U - 5$
 - segment 3: $v_I^{(3)} = 2.5 + 0.5v_U$

Ukoliko se karakteristika kola 2) zarotira za 90° , dobijamo situaciju prikazanu na slici 5.2.



Slika 5.2: Karakteristike logičkih kola

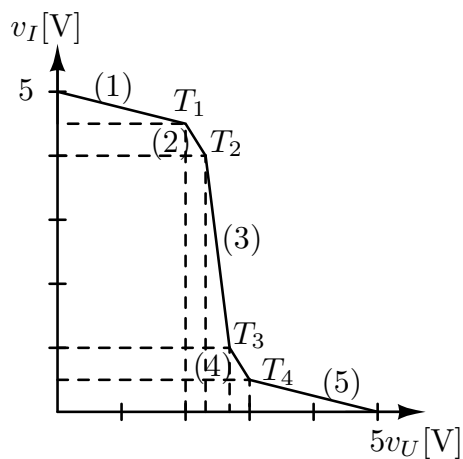
Sa slike 5.2 se vidi da ukoliko na ulaz prvog kola dovedemo napon u opsegu od V_{OL} do V_{OH} , na izlazu se pojavljuju 4 karakteristične tačke, koje odgovaraju karakterističnim tačkama prvog i drugog kola.

Da bi se odredila karakteristika kola dobijenog vezivanjem datih kola na red, moguće je, na osnovu jednačina segmenata i identifikovanih karakterističnih tačaka, preslikavanjem od ulaznog do izlaznog napona odrediti karakteristike segmenata novodobijene karakteristike. Međutim, pošto su date karakteristike deo-po-deo linearne, moguće je jednostavnije odrediti karakteristiku novog kola, tako što se odrede koordinate karakterističnih tačaka i povežu.

Ukoliko krenemo od ulaznog napona V_{OL} prvog kola ($V_{OL} = 0V$), koordinate karakterističnih tačaka su redom:

- Za ulazni napon $v_U = v_{U1} = 2V$ na izlazu prvog kola se dobija $v_{I1} = 4V$. Pošto je izlazni napon prvog kola istovremeno i ulazni napon drugog, primenom formule za karakteristiku trećeg segmenta drugog kola, dobija se da je izlazni napon $v_{I2} = v_I = 4.5V$. Dakle, koordinate prve karakteristične tačke su $T_1 = (2V, 4.5V)$.
- Za sledeću tačku, izlazni napon drugog kola je $v_I = v_{I2} = 4V$, što znači da je ulazni napon u drugo kolo $v_{U2} = v_{I1} = 3V$. Korišćenjem karakteristike za drugi segment prvog kola, dobija se da je ulazni napon u prvo kolo $v_{U1} = v_U = 7/3V$, tako da su koordinate druge tačke $T_2 = (7/3V, 4V)$.
- $T_3 = (8/3V, 1V)$
- $T_4 = (4V, 0.5V)$

Uz tačke $(0V, 5V)$ i $(5V, 0V)$, karakteristika novog kola je potpuno definisana, i prikazana na slici 5.3.



Slika 5.3: Karakteristika novog logičkog kola

Jednačine segmenata karakteristike novog kola su redom

- segment 1: $v_I^{(1)} = 5 - 0.25v_U$
- segment 2: $v_I^{(2)} = 7.5 - 1.5v_U$
- segment 3: $v_I^{(3)} = 25 - 9v_U$
- segment 4: $v_I^{(4)} = 5 - 1.5v_U$
- segment 5: $v_I^{(5)} = 1.25 - 0.25v_U$

Može se primetiti da su koeficijent pravca postaje veći od 1 na prelazu iz segmenta 1 u segment 2, kao i na prelazu iz segmenta 5 u segment 4, tako da bi prema definiciji trebalo uzeti tačke T_1 i T_4 za određivanje V_{IL} , odnosno V_{IH} .

Na osnovu dobijene karakteristike, dobija se: $V_{OH} = 5V$

$$V_{OL} = 0V$$

$$V_{IH} = 2V$$

$$V_{IL} = 3V$$

$$V_S = 2.5V$$

$$NMSS_1 = V_{OH} - V_S = 2.5V$$

$$NMSS_0 = V_S - V_{OL} = 2.5V$$

$$NM_1 = V_{OH} - V_{IH} = 2V$$

$$NM_0 = V_{IL} - V_{OL} = 2V$$