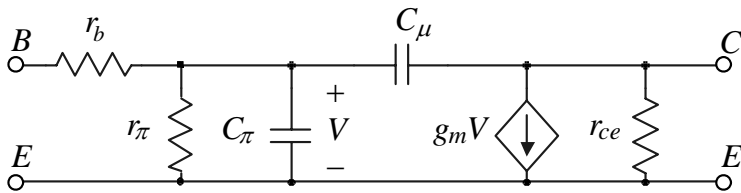


# Glava 5

## Frekvencijske karakteristike pojačavača-nastavak

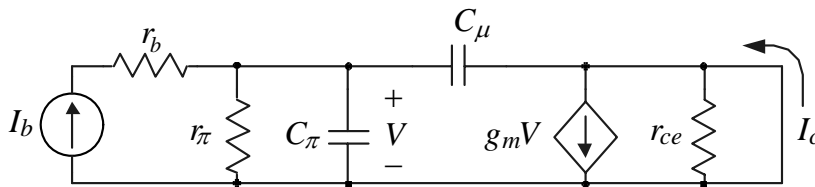




Slika 5.1

**5.1.** Na slici 5.1 je prikazan hibridni  $\pi$ -model bipolarnog tranzistora na visokim učestanostima. Parametri tranzistora su:  $r_b = 5\Omega$ ,  $r_\pi = 500\Omega$ ,  $\beta_0 = 100$ ,  $r_{ce} \rightarrow \infty$ ,  $C_\pi = 700\text{fF}$  i  $C_\mu = 23,2\text{fF}$ . Odrediti zavisnost koeficijenta strujnog pojačanja

$\beta = \frac{I_c}{I_b} \Big|_{V_{ce}=0}$  od učestanosti, a zatim i učestanost jediničnog pojačanja  $f_T$ .



Slika 5.1a

**Rešenje:**

Tražena zavisnost se dobija kada se između baze i emitora postavi strujni generator  $I_b$  i odredi struja kolektora pri kratkospojenim priključcima emitora i kolektora, slika 5.1a. Prema ovoj slici je

$$I_c(j\omega) = g_m V(j\omega) - j\omega C_\mu V(j\omega), \quad I_b(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{Z_\pi} + j\omega C_\pi V(j\omega), \quad Z_\pi = r_\pi \parallel \frac{1}{j\omega C_\pi},$$

odakle se dobija

$$\beta(j\omega) = \frac{I_c(j\omega)}{I_b(j\omega)} = \frac{g_m Z_\pi (1 - j\omega C_\mu / Z_\pi)}{1 + j\omega C_\pi Z_\pi} \Rightarrow$$

$$\beta(j\omega) = \frac{g_m r_\pi (1 - j\omega C_\mu / g_m)}{1 + j\omega r_\pi (C_\mu + C_\pi)} = \beta_0 \frac{1 - j\omega C_\mu / g_m}{1 + j\omega r_\pi (C_\mu + C_\pi)} \Rightarrow \beta(j\omega) = \beta_0 \frac{1 - j\omega / \omega_Z}{1 + j\omega / \omega_\beta},$$

$$\omega_\beta = \frac{1}{r_\pi (C_\mu + C_\pi)} \quad \text{i} \quad \omega_Z = \frac{g_m}{C_\mu} = \frac{\beta_0}{r_\pi C_\mu}.$$

Pošto je  $\omega_Z \gg \omega_\beta$ , to je

$$\beta(j\omega) \approx \frac{\beta_0}{1 + j\omega / \omega_\beta}.$$

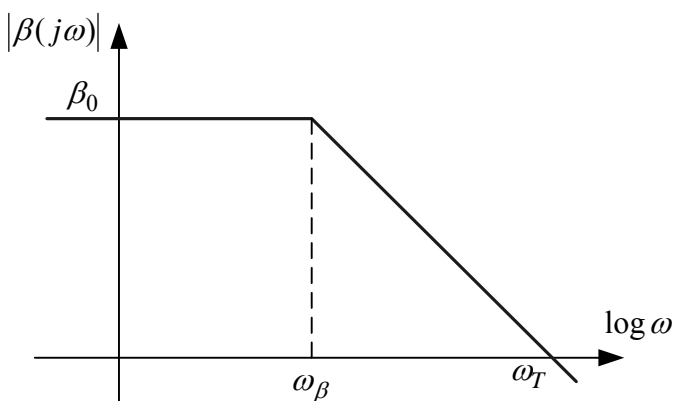
Asimptotska amplitudska karakteristika prethodne zavisnosti prikazana je na slici 5.1b. Učestanost jediničnog pojačanja  $\omega_T$  određuje se iz uslova da je

$$|\beta(j\omega_T)| \approx \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + (\omega_T / \omega_\beta)^2}} = 1 \Rightarrow$$

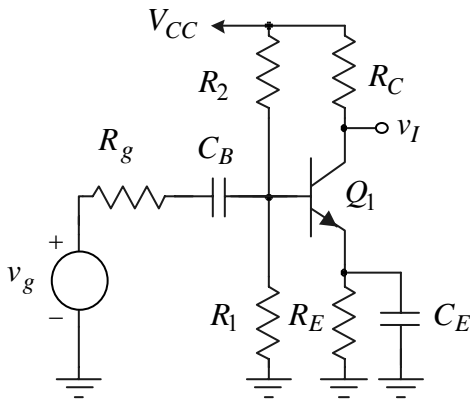
$$\beta_0^2 = 1 + (\omega_T / \omega_\beta)^2 \Rightarrow$$

$$\omega_T \approx \beta_0 \omega_\beta = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} \Rightarrow$$

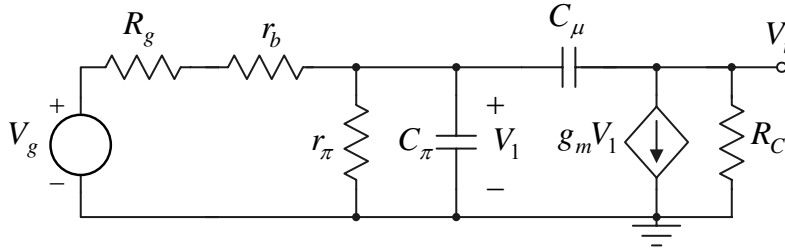
$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi (C_\pi + C_\mu)} = 44\text{GHz}, \quad \beta_0 \gg 1.$$



Slika 5.1b



Slika 5.2



Slika 5.2a

5.2. Za stepen sa zajedničkim emitorom, slika 5.2, poznato je:  $R_g = 50\Omega \ll R_1 \parallel R_2$ ,  $R_C = 100\Omega \ll r_{ce}$ ,  $I_C = 5\text{mA}$ ,  $\beta_0 = 100$ ,  $r_b = 5\Omega$ ,  $C_\pi = 700\text{fF}$ ,  $C_\mu = 23,2\text{fF}$  i  $C_B = C_E \rightarrow \infty$ .

- a) Odrediti zavisnost naponskog pojačanja od učestanosti  $A_{HF}(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$ .  
b) Odrediti gornju graničnu učestanost pojačavača  $f_H$ .

**Rešenje:**

a) Na slici 5.2a je prikazana šema pojačavača za male signale na visokim učestanostima. Prema ovoj slici je

$$V_1(s) \left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + \frac{1}{R_g + r_b} + sC_\mu \right) +$$

$$-sC_\mu V_i(s) = \frac{V_g(s)}{R_g + r_b}$$

$$-sC_\mu V_1(s) + V_i(s) \left( \frac{1}{R_C} + sC_\mu \right) = -g_m V_1(s) \Rightarrow V_1(s) (g_m - sC_\mu) + V_i(s) \left( \frac{1}{R_C} + sC_\mu \right) = 0,$$

odakle se dobija

$$V_i(s) = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + \frac{1}{R_g + r_b} + sC_\mu & \frac{V_g(s)}{R_g + r_b} \\ g_m - sC_\mu & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + \frac{1}{R_g + r_b} + sC_\mu & -sC_\mu \\ g_m - sC_\mu & \frac{1}{R_C} + sC_\mu \end{vmatrix}} \Rightarrow$$

$$A_{HF}(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = -\frac{1}{R_g + r_b} \frac{g_m - sC_\mu}{\left( \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_g + r_b} + s(C_\pi + C_\mu) \right) \left( \frac{1}{R_C} + sC_\mu \right) + sC_\mu (g_m - sC_\mu)} \Rightarrow$$

$$A_{HF}(s) = -\frac{g_m R_C R_x}{R_g + r_b} \frac{1 - sC_\mu / g_m}{1 + s \left[ R_x (C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_C)) + R_C C_\mu \right] + s^2 C_\pi C_\mu R_C R_x}, \quad R_x = r_\pi \parallel (R_g + r_b).$$

Posmatrajući prethodni izraz, zaključuje se da naponsko pojačanje ima nulu u desnoj poluravnini  $\omega_z = g_m / C_\mu = 8,62\text{Trad/s}$  i dva pola, tako da se može pisati

$$A_{HF}(s) = A_{HF0} \frac{1 - s/\omega_z}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})},$$

$$A_{HF0} = -\frac{g_m R_C R_x}{R_g + r_b} = -g_m R_C \frac{r_\pi}{r_\pi + R_g + r_b} = -18, \quad r_\pi = \beta_0 V_t / I_C = 500\Omega.$$

Pretpostavimo da je pol  $\omega_{p1}$  dominantan, tj.  $\omega_{p2} \gg \omega_{p1}$ . Tada je

$$\left( 1 + \frac{s}{\omega_{p1}} \right) \left( 1 + \frac{s}{\omega_{p2}} \right) = 1 + s \left( \frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} \right) + \frac{s^2}{\omega_{p1}\omega_{p2}} \approx 1 + \frac{s}{\omega_{p1}} + \frac{s^2}{\omega_{p1}\omega_{p2}}.$$

Upoređujući prethodni izraz i izraz za naponsko pojačanje, zaključuje se da je

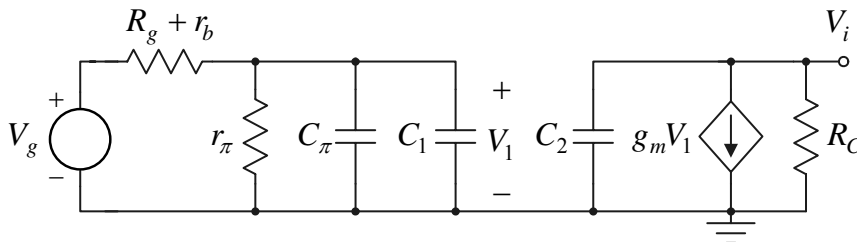
$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_x (C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_C)) + R_C C_\mu} = 16,35 \text{ Grad/s} \quad \text{i} \quad \omega_{p2} = \frac{1}{\omega_{p1} C_\pi C_\mu R_C R_x} = 759,9 \text{ Grad/s},$$

što znači da je pretpostavka o udaljenosti polova opravdana.

Pošto je  $\omega_{p1} \gg \omega_{p2}$  i  $\omega_{p1} \gg \omega_Z$ , u okolini propusnog opsega pojačavač se može aproksimirati jednopolnom funkcijom prenosa

$$A_{HF}(s) = \frac{A_{HF0}}{1 + s/\omega_{p1}}.$$

Do približnog izraza za funkciju prenosa može se doći znatno lakše primenom Milerove teoreme, slika 5.2b.



Slika 5.2b

Preslikane kapacitivnosti u ulazno i izlazno kolo pojačavača su

$$\begin{aligned} C_1 &= C_M = C_\mu (1 - A_{cb}) \quad \text{i} \\ C_2 &= C_\mu (1 - 1/A_{cb}) \Rightarrow \\ C_M &\approx C_\mu (1 + g_m R_C) \quad \text{i} \\ C_2 &\approx C_\mu (1 + 1/g_m R_C) \approx C_\mu. \end{aligned}$$

Prema slici 5.2b je

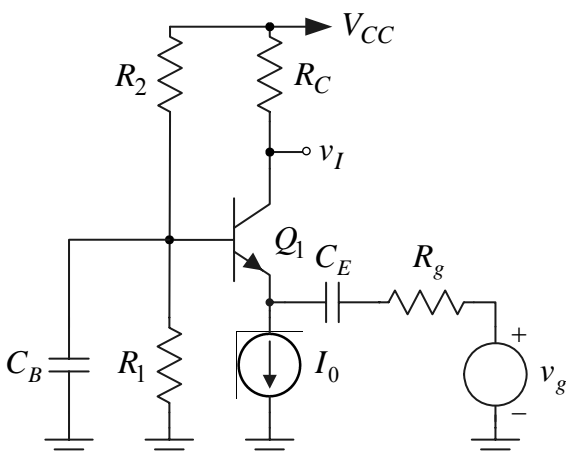
$$\begin{aligned} A_{HF0M}(s) &= A_{HF0M} \frac{1}{(1 + s/\omega_{P1M})(1 + s/\omega_{P2M})}, \quad A_{HF0M} = -\frac{r_\pi}{r_\pi + R_g + r_b} g_m R_C = A_{HF0}, \\ \omega_{P1M} &= \frac{1}{(C_\pi + C_M) R_{d1}} = \frac{1}{(C_\pi + C_M) ((R_g + r_b) \parallel r_\pi)} = \frac{1}{(C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_C)) R_x} = 17 \text{ Grad/s} \quad \text{i} \\ \omega_{P2M} &= \frac{1}{C_2 R_{d2}} = \frac{1}{C_2 R_C} = 431 \text{ Grad/s} \gg \omega_{P1M}, \end{aligned}$$

što znači da se funkcija prenosa u okolini propusnog opsega može dobro aproksimirati jednopolnom funkcijom

$$A_{HF0M}(s) = \frac{A_{HF0M}}{1 + s/\omega_{P1M}} = \frac{A_{HF0}}{1 + s/\omega_{P1M}} \approx \frac{A_{HF0}}{1 + s/\omega_{p1}} = A_{HF}(s).$$

b) Pošto je  $\omega_{p1} \ll \omega_{p2}$  i  $\omega_{p1} \ll \omega_Z$ , gornja granična učestanost pojačavača je

$$f_H \approx f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_x (C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_C)) + R_C C_\mu} = 2,6 \text{ GHz}.$$



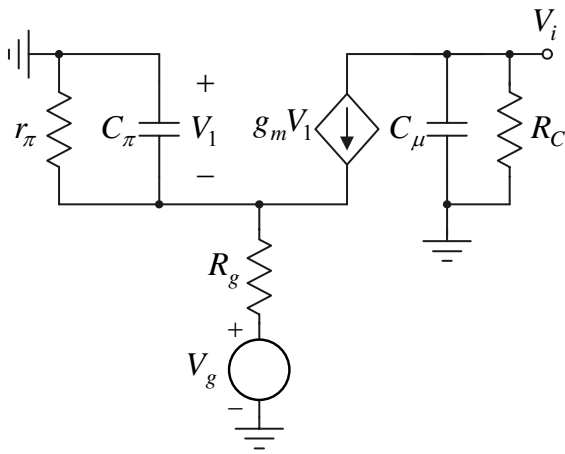
Slika 5.3

5.3. Za stepen sa zajedničkom bazom, slika 5.3, poznato je:  $R_g = 50 \Omega$ ,  $R_C = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $I_C = 0,5 \text{ mA}$ ,  $\beta_0 = 100$ ,  $r_{ce} \rightarrow \infty$ ,  $r_b \rightarrow 0$ ,  $C_\pi = 50 \text{ fF}$ ,  $C_\mu = 2,72 \text{ fF}$  i  $C_B = C_E \rightarrow \infty$ .

- Odrediti zavisnost naponskog pojačanja od učestanosti  $A_{HF}(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$ .
- Odrediti gornju graničnu učestanost pojačavača  $f_H$ .

**Rešenje:**

a) Na slici 5.3 prikazana je šema za male signale pojačavača na visokim učestanostima. Kao što se



Slika 5.3a

vidi sa ove slike kondenzatori  $C_\pi$  i  $C_\mu$  nemaju zajedničkih kontura. Zbog paralelne veze sa izlazom i pobudnim generatorom nule funkcije prenosa su u beskonačnosti, dok su polovi određeni dinamičkim otpornostima koje vide kondenzatori  $C_\pi$  i  $C_\mu$ . Stoga je naponsko pojačanje

$$A_{HF}(s) = A_{HF0} \frac{1}{1 + s/\omega_{p1}} \frac{1}{1 + s/\omega_{p2}},$$

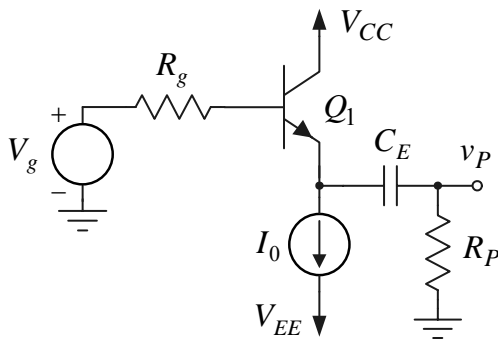
$$A_{HF0} = \frac{1/g_m}{R_g + 1/g_m} g_m R_C = \frac{g_m R_C}{1 + g_m R_g} = 10,$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_\pi R_{d\pi}} = \frac{1}{C_\pi (r_\pi \parallel R_g \parallel 1/g_m)} = 804 \text{ Grad/s i}$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_\mu R_{d\mu}} = \frac{1}{C_\mu R_C} = 367,6 \text{ Grad/s.}$$

b) Po definiciji je

$$\begin{aligned} |A_{HF}(j\omega_H)| &= \frac{A_{HF0}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_H/\omega_{p1})^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_H/\omega_{p2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \\ \omega_H^4 + \omega_H^2 (\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2) - \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 &= 0 \Rightarrow \omega_H^4 + \omega_H^2 (\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2) - \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 = 0 \Rightarrow \\ \omega_H^2 &= \frac{-(\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2) + \sqrt{\omega_{p2}^4 + 6\omega_{p2}^2 \omega_{p1}^2 + \omega_{p1}^4}}{2} \Rightarrow \omega_H = 315 \text{ Grad/s} \Rightarrow f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 50,1 \text{ GHz.} \end{aligned}$$



Slika 5.4

**5.4.** Za stepen sa zajedničkim kolektorom, slika 5.4, je poznato:  $R_g = 50 \Omega$ ,  $R_p = 200 \Omega$ ,  $I_C = 5 \text{ mA}$ ,  $\beta_0 = 100$ ,

$r_{ce} \rightarrow \infty$ ,  $r_b \rightarrow 0$ ,  $C_\pi = 700 \text{ fF}$ ,  $C_\mu = 23,2 \text{ fF}$  i  $C_E \rightarrow \infty$ .

a) Odrediti zavisnost naponskog pojačanja od učestanosti  $A_{HF}(j\omega) = V_p(j\omega)/V_g(j\omega)$ .

b) Odrediti gornju graničnu učestanost pojačavača  $f_H$ .

c) Ponoviti prethodnu tačku kada je  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$ .

### Rešenje:

a) Na slici 5.4a prikazana je šema za male signale pojačavača na visokim učestanostima. Prema ovoj slici je

$$\begin{aligned} V_1(s) \left( \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_g} + s(C_\pi + C_\mu) \right) - V_p(s) \left( sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} \right) &= \frac{V_g(s)}{R_g} \text{ i} \\ -V_1(s) \left( sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} \right) + V_p(s) \left( \frac{1}{R_p} + sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} \right) &= g_m (V_1(s) - V_p(s)) \Rightarrow \\ -V_1(s) \left( sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} + g_m \right) + V_p(s) \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{r_\pi} + g_m + sC_\pi \right) &= 0, \end{aligned}$$

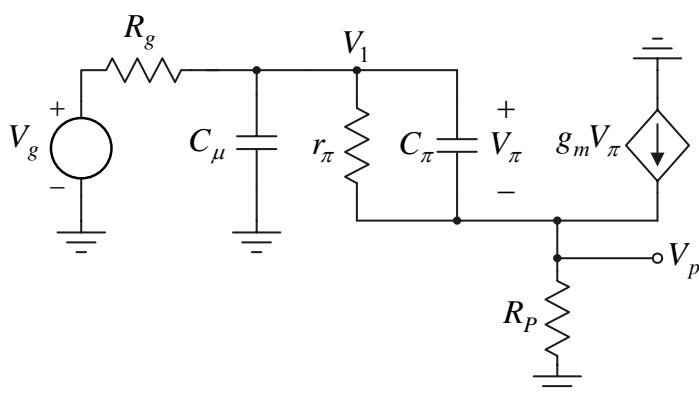
odakle se dobija

$$A_{HF}(s) = \frac{V_p(s)}{V_g(s)} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_g} + s(C_\pi + C_\mu) & \frac{1}{R_g} \\ -(sC_\pi + g_m + 1/r_\pi) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_g} + s(C_\pi + C_\mu) & -(sC_\pi + \frac{1}{r_\pi}) \\ -(sC_\pi + g_m + 1/r_\pi) & \frac{1}{R_p} + \frac{1}{r_\pi} + g_m + sC_\pi \end{vmatrix}}.$$

Svođenje prethodne jednakosti daje

$$A_{HF}(s) = \frac{(sC_\pi + g_m + 1/r_\pi)/R_g}{\left(\frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_g} + s(C_\pi + C_\mu)\right)\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{r_\pi} + g_m + sC_\pi\right) - \left(sC_\pi + \frac{1}{r_\pi}\right)\left(sC_\pi + g_m + \frac{1}{r_\pi}\right)} \Rightarrow$$

$$A_{HF}(s) = \frac{\frac{R_p(1+\beta_0)}{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)}\left(1 + sC_\pi \frac{r_\pi}{1+\beta_0}\right)}{1 + s \frac{C_\pi r_\pi (R_g + r_\pi) + C_\mu R_g (r_\pi + R_p(1+\beta_0))}{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)} + s^2 \frac{C_\mu C_\pi R_g r_\pi R_p}{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)}}.$$



Slika 5.4a

Kao što se vidi, naponsko pojačanje je oblika

$$A_{HF}(s) = A_{HF0} \frac{1 + s/\omega_z}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})},$$

gde su

$$A_{HF0} = \frac{R_p(1+\beta_0)}{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)} \approx 1 \text{ i}$$

$$\omega_z = \frac{1+\beta_0}{C_\pi r_\pi} \approx \frac{\beta_0}{C_\pi r_\pi} = \frac{g_m}{C_\pi} \approx \omega_T \Rightarrow$$

$$\omega_z \approx \frac{\beta_0}{C_\pi r_\pi} = 285,7 \text{ Grad/s.}$$

Pretpostavimo da postoji dominantan pol, npr.  $\omega_{p1} \ll \omega_{p2}$ . Tada je

$$\omega_{p1} = \frac{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)}{C_\pi r_\pi (R_g + r_\pi) + C_\mu R_g (r_\pi + R_p(1+\beta_0))} = 95,8 \text{ Grad/s i}$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{\omega_{p1}} \frac{R_g + r_\pi + R_p(1+\beta_0)}{C_\mu C_\pi R_g r_\pi R_p} = 2,66 \text{ Trad/s.}$$

Pošto je drugi pol zaista puno udaljen od prvog pola i nule,  $\omega_{p2} \approx 28\omega_{p1}$  i  $\omega_{p2} = 9\omega_z$ , naponsko pojačanje se aproksimativno može predstaviti u obliku

$$A_{HF}(s) = A_{HF0} \frac{1 + s/\omega_z}{1 + s/\omega_{p1}}.$$

b) Na osnovu definicije gornje granične učestanosti je

$$|A_{HF}(j\omega_H)| = \frac{A_{HF0}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1 + (\omega_H/\omega_z)^2}{1 + (\omega_H/\omega_{p1})^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\omega_H = \left( \frac{1}{\omega_{p1}^2} - \frac{2}{\omega_z^2} \right)^{-1/2} = 108,9 \text{ Grad/s} \Rightarrow f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 17,3 \text{ GHz.}$$

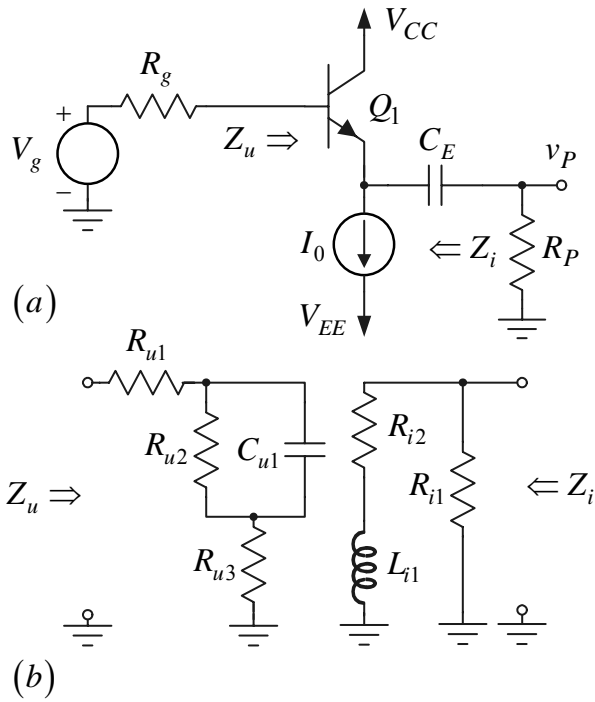
c) Sada je

$$\omega_{p1} = 21,6 \text{ Grad/s}, \quad \omega_{p2} = 619 \text{ Grad/s} \quad \text{i} \quad \omega_Z \approx \frac{\beta_0}{C_\pi r_\pi} = 285,7 \text{ Grad/s} \Rightarrow$$

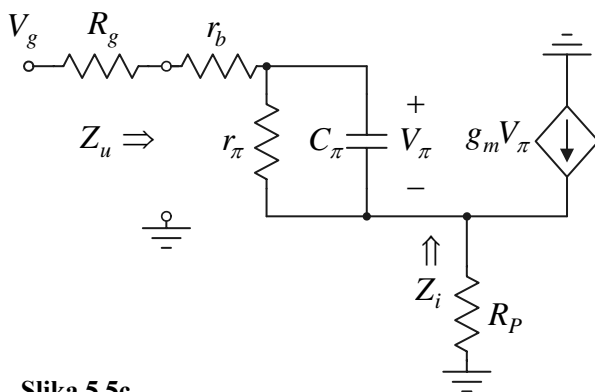
$$\omega_{p2} \approx 28,7 \omega_{p1} \quad \text{i} \quad \omega_{p2} = 2,2 \omega_Z,$$

što znači da je gornja granična učestanost pojačavača

$$\omega_H = \left( \frac{1}{\omega_{p1}^2} - \frac{2}{\omega_Z^2} \right)^{-1/2} \approx \omega_{p1} = 21,6 \text{ Grad/s} \Rightarrow f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 3,46 \text{ GHz}.$$



Slika 5.5



Slika 5.5c

5.5. Za stepen sa zajedničkim kolektorom, slika 5.5a, je poznato:  $R_g = 50 \Omega$ ,  $R_P = 200 \Omega$ ,  $I_C = 5 \text{ mA}$ ,  $\beta_0 = 100$ ,  $r_{ce} \rightarrow \infty$ ,  $r_b = 5 \Omega$ ,  $C_\pi = 700 \text{ fF}$ ,  $C_\mu \rightarrow 0$  i  $C_E \rightarrow \infty$ .

- a) Odrediti parametre ekvivalentnog kola sa slike 5.5b ( $R_{u1-3}$ ,  $C_{u1}$ ) ulazne impedancije  $Z_u$ .
- b) Odrediti parametre ekvivalentnog kola sa slike 5.5b ( $R_{i1-2}$ ,  $L_{i1}$ ) impedancije  $Z_i$  koju vidi potrošač  $R_P$ . Smatrati da je  $R_{i2} \ll R_{i1}$ .

### Rešenje:

a) Na osnovu šeme za male signale, slika 5.5c, ima se

$$Z_u(s) = r_b + \left( r_\pi \parallel \frac{1}{sC_\pi} \right) + R_P \left( 1 + g_m \left( r_\pi \parallel \frac{1}{sC_\pi} \right) \right)$$

$$\Rightarrow Z_u(s) = r_b + R_P + \left( r_\pi \parallel \frac{1}{sC_\pi} \right) (1 + g_m R_P) \Rightarrow$$

$$Z_u(s) = r_b + R_P + \left( r_\pi (1 + g_m R_P) \parallel \frac{1}{s \frac{C_\pi}{1 + g_m R_P}} \right).$$

Upoređujući poslednji izraz i sliku 5.5b, zaključuje se da je:

$$R_{u1} = r_b = 5 \Omega, \quad R_{u2} = r_\pi (1 + g_m R_P) = 20,5 \text{ k}\Omega,$$

$$C_{u1} = \frac{C_\pi}{1 + g_m R_P} = 17,1 \text{ fF} \quad \text{i} \quad R_{u3} = R_P = 200 \Omega.$$

b) Impedansa koju vidi potrošač  $R_P$  je

$$Z_i(s) = \frac{R_g + r_b + \left( r_\pi \parallel \frac{1}{sC_\pi} \right)}{1 + g_m \left( r_\pi \parallel \frac{1}{sC_\pi} \right)} \Rightarrow Z_i(s) = \frac{r_\pi + (R_g + r_b)(1 + sC_\pi r_\pi)}{1 + \beta_0 + sC_\pi r_\pi} \approx \frac{r_\pi + (R_g + r_b)(1 + sC_\pi r_\pi)}{\beta_0 + sC_\pi r_\pi} \Rightarrow$$

$$Z_i(s) \approx \frac{\frac{1}{g_m} + \frac{R_g + r_b}{\beta_0} + sC_\pi \frac{R_g + r_b}{g_m}}{1 + sC_\pi / g_m} = \frac{\left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_g + r_b}{\beta_0} + sC_\pi \frac{R_g + r_b}{g_m} \right) (R_g + r_b)}{R_g + r_b + sC_\pi (R_g + r_b) / g_m}.$$

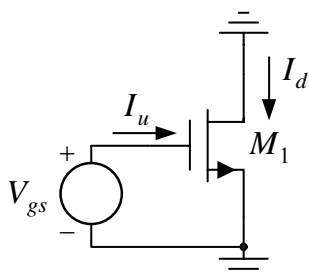


Prema slici 5.5b je

$$Z_i(s) = R_{i1} \parallel (R_{i2} + sL_{i1}) = \frac{R_{i1}(R_{i2} + sL_{i1})}{R_{i1} + R_{i2} + sL_{i1}} \approx \frac{R_{i1}(R_{i2} + sL_{i1})}{R_{i1} + sL_{i1}},$$

odakle se, posle upoređivanja prethodna dva izraza, dobijaju parametri ekvivalentnog kola

$$R_{i1} = R_g + r_b = 55\Omega, \quad R_{i2} = \frac{1}{g_m} + \frac{R_g + r_b}{\beta_0} = 5,55\Omega \ll R_{i1} \quad \text{i} \quad L_{i1} = C_\pi \frac{R_g + r_b}{g_m} = 0,19\text{ nH}.$$



Slika 5.6

**5.6.** Na slici 5.6 je prikazana šema za male signale iz koje se određuje učestanost jediničnog pojačanja  $f_T$  strujnog pojačanja  $\beta(s) = I_d(s) / I_u(s)$  MOS tranzistora u spoju sa zajedničkim sorsom.

a) Odrediti učestanost jediničnog pojačanja u funkciji parametara tranzistora.

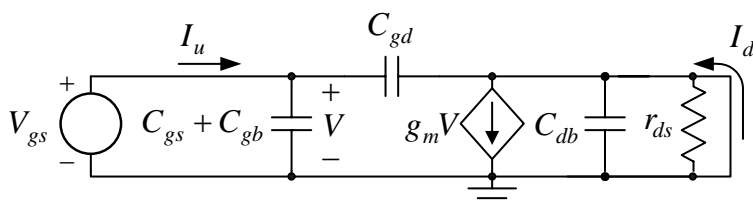
b) Ako je:  $W = 10\mu\text{m}$ ,  $L = 1\mu\text{m}$ ,  $C_{ox} = 3,45\text{ fF}/\mu\text{m}^2$ ,  $C_{gb} = 5\text{ fF}$ ,  $C_{gd} = 1\text{ fF}$ ,  $C_{db0} = 10\text{ fF}$ ,  $\psi_0 = 0,6\text{ V}$ ,  $\mu_n C_{ox} = 200\mu\text{A}/\text{V}^2$ ,

$V_T = 0,7\text{ V}$ ,  $V_{DS} = 2\text{ V}$  i  $I_D = 100\mu\text{A}$ , odrediti učestanost jediničnog pojačanja  $f_T$ .

c) Ako tranzistor radi u oblasti slabe inverzije, odrediti učestanost jediničnog pojačanja  $f_T$ .

Poznato je:  $I_D = 1\mu\text{A}$ ,  $C_{gb} = 11,5\text{ fF}$ ,  $C_{gb} \gg C_{gs} + C_{gd}$ ,  $n = 1,5$ .

d) Odrediti zavisnost učestanosti jediničnog pojačanja  $f_T$  u funkciji dužine kanala tranzistora sa kratkim kanalom koji radi u zasićenju. Smatrati da je  $C_{gs} \gg C_{gb} + C_{gd}$ . Ako je  $v_{sat} = 8 \cdot 10^6\text{ cm/s}$  i  $L = 0,25\mu\text{m}$ , koliko iznosi  $f_T$ ?



Slika 5.6a

### Rešenje:

a) Na slici 5.6a je prikazana šema pojačavača za male signale. Prema ovoj slici je

$$I_u(s) = s(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})V_{gs}(s),$$

$$I_d(s) = g_m V_{gs}(s) - sC_{gd}V_{gs}(s) \Rightarrow$$

$$\beta(s) = \frac{I_d(s)}{I_u(s)} = \frac{g_m - sC_{gd}}{s(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})}$$

$$\Rightarrow \beta(j\omega) = \frac{g_m(1 - j\omega C_{gd}/g_m)}{j\omega(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})} \approx \frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})}, \quad \omega C_{gd}/g_m \ll 1.$$

Učestanost jediničnog pojačanja dobija se iz uslova

$$|\beta(j\omega_T)| = 1 \Rightarrow \frac{g_m}{\omega_T(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})} = 1 \Rightarrow f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})}.$$

b) Tranzistor radi u zasićenju, tako da je:

$$C_{db} = \frac{C_{db0}}{(1 + V_{DB}/\psi_0)^{1/2}} = \frac{C_{db0}}{(1 + V_{DS}/\psi_0)^{1/2}} = 4,8\text{ fF}, \quad C_{gs} = \frac{2}{3}WLC_{ox} = 23\text{ fF} \quad \text{i}$$

$$g_m = \sqrt{2I_D\mu_n C_{ox}W/L} = 632,5\mu\text{S}.$$

Smenom brojnih vrednosti dobija se

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})} = 3,47\text{ GHz}.$$

c) U potpunoj oblasti struja drejna je

$$i_D = I_{D0} (W/L) e^{\frac{v_{GS}}{nV_t}} \Rightarrow g_m = \frac{di_D}{dv_{GS}} = \frac{1}{nV_t} I_{D0} (W/L) e^{\frac{v_{GS}}{nV_t}} = \frac{I_D}{nV_t} = 26,7 \mu\text{S},$$

tako da je učestanost jediničnog pojačanja

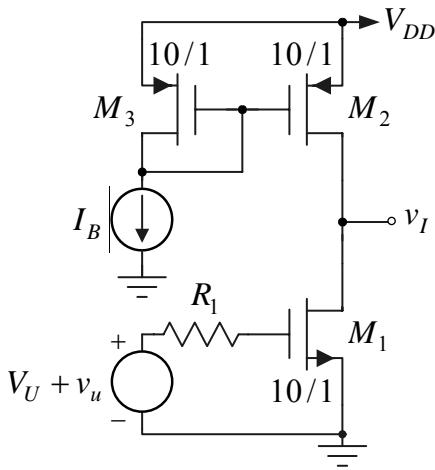
$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})} \approx \frac{g_m}{2\pi C_{gb}} = 369 \text{ MHz}.$$

d) Struja drejna N-kanalnog MOS tranzistora sa kratkim kanalom u oblasti zasićenja je

$$i_D = WC_{ox} v_{sat} \frac{(v_{GS} - V_T)^2}{(v_{GS} - V_T) + 2v_{sat}L/\mu_n} \approx WC_{ox} v_{sat} (v_{GS} - V_T) \Rightarrow g_m = \frac{di_D}{dv_{GS}} \approx WC_{ox} v_{sat}.$$

Učestanost jediničnog pojačanja je

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})} \approx \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \approx \frac{WC_{ox} v_{sat}}{2\pi \frac{2}{3} WLC_{ox}} = \frac{3}{4\pi} \frac{v_{sat}}{L} = 76,4 \text{ GHz}.$$



Slika 5.7

5.7. Parametri tranzistora u kolu pojačavača sa slike su:  $\mu_n C_{ox} = 110 \mu\text{A}/\text{V}^2$ ,  $\mu_p C_{ox} = 50 \mu\text{A}/\text{V}^2$ ,  $\lambda_n = 0,04 \text{ V}^{-1}$ ,  $\lambda_p = 0,05 \text{ V}^{-1}$ ,  $V_{TN} = -V_{TP} = V_T = 0,7 \text{ V}$ ,  $C_{dbn} = C_{dbp} = 100 \text{ fF}$ ,  $C_{gdn} = C_{gdp} = 50 \text{ fF}$  i  $C_{gsn} = C_{gsp} = 100 \text{ fF}$ , dok je:  $V_{DD} = 3 \text{ V}$ ,  $I_B = 100 \mu\text{A}$  i  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

- Odrediti funkciju prenosa  $A(s) = V_i(s)/V_u(s)$ .
- Odrediti gornju graničnu učestanost pojačavača  $f_H$ .
- Ponoviti prethodnu tačku ako je  $R_1 = 50 \Omega$ .

### Rešenje:

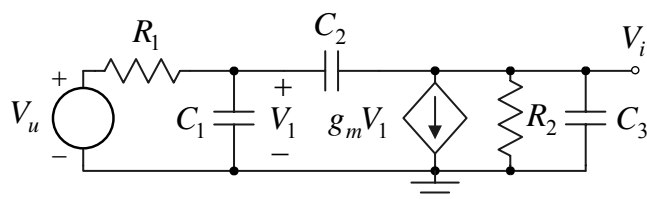
a) Na slici 5.7a je prikazana šema pojačavača za male signale. Prema ovoj slici je

$V_i(s)(s(C_1 + C_2) + G_1) - sC_2 V_u(s) = G_1 V_u(s)$  i  $(g_m - sC_2)V_1(s) + V_i(s)(s(C_2 + C_3) + G_2) = 0$ ,  
odakle se dobija

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_u(s)} = \frac{\begin{vmatrix} s(C_1 + C_2) + G_1 & G_1 \\ g_m - sC_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s(C_1 + C_2) + G_1 & -sC_2 \\ g_m - sC_2 & s(C_2 + C_3) + G_2 \end{vmatrix}},$$

odnosno

$$A(s) = \frac{-g_m R_2 (1 - sC_2 / g_m)}{1 + s[R_2(C_2 + C_3) + R_1(C_1 + C_2) + g_m R_1 R_2 C_2] + s^2 R_1 R_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)}.$$



$$C_1 = C_{gs1}, C_2 = C_{gd1}, C_3 = C_{db1} + C_{db2} + C_{gd2}$$

$$R_2 = r_{ds1} \parallel r_{ds2}$$

Slika 5.7a

Pretpostavimo da su polovi međusobno udaljeni tako da je  $\omega_{p2} \gg \omega_{p1}$ . Tada je

$$\omega_{p1} \approx \frac{1}{R_2(C_2 + C_3) + R_1(C_1 + C_2) + g_m R_1 R_2 C_2}$$

$$\text{i } \omega_{p2} = \frac{1}{\omega_{p1} R_1 R_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)}.$$

Pošto je

$$R_2 = \frac{1}{(\lambda_n + \lambda_p) I_B} = 111,1 \text{ k}\Omega \text{ i } g_m = \sqrt{2I_B \mu_n C_{ox} (W/L)_1} = 469 \mu\text{S},$$

smenom brojnih vrednosti se dobija

$$\omega_{p1} = 16,4 \text{ Mrad/s i } \omega_{p2} = 1,29 \text{ Grad/s} \gg \omega_{p1}.$$

Dakle, naponsko pojačanje je

$$A(s) = -52 \frac{(1 - s/\omega_Z)}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})} \approx \frac{-52}{1 + s/\omega_{p1}}, \omega_Z = g_m / C_2 = 9,38 \text{ Grad/s} \gg \omega_{p1}.$$

b) S obzirom da je  $\omega_{p1} \gg \omega_{p2} > \omega_Z$ , gornja granična učestanost pojačavača je

$$f_H = f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 2,6 \text{ MHz}.$$

Kada znamo da je jedan pol dominantan i da nema konačnih nula u okolini propusnog opsega, gornja granična učestanost se može dobiti primenom metode "nultih vremenskih konstanti".

U opštem slučaju funkcija prenosa pojačavača na visokim učestanostima ima oblik

$$A_{HF}(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} = \frac{(1 - s/\omega_{Z1})(1 - s/\omega_{Z2}) \dots (1 - s/\omega_{Zm})}{(1 - s/\omega_{p1})(1 - s/\omega_{p2}) \dots (1 - s/\omega_{pn})}.$$

U prethodnom izrazu je

$$b_1 = \frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} + \dots + \frac{1}{\omega_{pn}}.$$

Konstantna  $b_1$  se određuje prema obrascu

$$b_1 = \tau_0 = \sum_{j=1}^n \tau_{j0} = \sum_{j=1}^n C_j R_{j0},$$

gde je  $R_{j0}$  otpornost koju vidi kondenzator  $C_j$  (ukinuti su nezavisni generatori) kada su svi ostali kondenzatori (reaktanse) otvorene veze.

Jasno je da u slučaju dominantnog pola  $\omega_{p1} \ll \omega_{p2}, \omega_{p3}, \dots, \omega_{pn}$  važi

$$\omega_{p1} \approx \frac{1}{b_1} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n C_j R_{j0}} \Rightarrow \omega_H \approx \omega_{p1} \approx \frac{1}{\sum_{j=1}^n C_j R_{j0}}.$$

U našem slučaju je

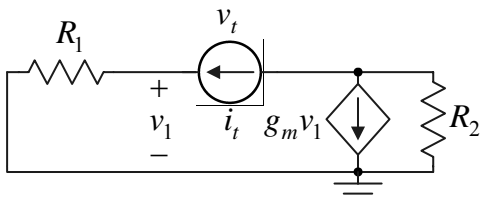
$$\tau_0 = C_1 R_{10} + C_2 R_{20} + C_3 R_{30}.$$

Kada su kondenzatori  $C_2$  i  $C_3$  otvorene veze, tada je otpornost koju vidi kondenzator  $C_1$

$$R_{10} = R_1,$$

a na isti način se zaključuje da je

$$R_{30} = R_2.$$



Slika 5.7b

Na slici 5.7b je prikazana šema iz koje se određuje otpornost koju vidi kondenzator  $C_2$  kada su kondenzatori  $C_1$  i  $C_3$  otvorene veze

$$R_{20} = v_t / i_t, v_1 = R_1 i_t, g_m v_1 + i_t + G_2 (v_1 - v_t) = 0 \Rightarrow$$

$$g_m R_1 i_t + i_t + G_2 R_1 i_t = G_2 v_t \Rightarrow R_{20} = R_1 + R_2 (1 + g_m R_1).$$

Svođenjem se dobija

$$\tau_0 = \sum_{j=1}^3 C_j R_{j0} = C_1 R_1 + C_2 R_2 (1 + g_m R_1) + C_3 R_2 = R_2 (C_2 + C_3) + R_1 (C_1 + C_2) + g_m R_1 R_2 C_2,$$

odakle se nalazi gornja granična učestanost

$$f_H \approx \frac{1}{2\pi\tau_0} \approx \frac{1}{2\pi R_2(C_2 + C_3) + R_1(C_1 + C_2) + g_m R_1 R_2 C_2} = 2,6 \text{ MHz}.$$

c) Kada je  $R_1 = 50\Omega$ , gornja granična učestanost, odnosno propusni opseg pojačavača, je

$$f_H \approx \frac{1}{2\pi R_2(C_2 + C_3) + R_1(C_1 + C_2) + g_m R_1 R_2 C_2} = 4,75 \text{ MHz}.$$