Егзактна анализа резонантних конвертора

- базирана на phase-plane - у

- једноставна, али компликоване једначине

Одзив LC кола у фазној равни

1. Нормализација и нотација

- суштина: једноставнија геометрија

V_{base} - бира се произвољно, што је најзгодније у датом случају

$R_{base} = R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ - карактеристична импеданса LC кола

$V_{base} = V_g$ - усвајамо

$I_{base} = V_{base} / R_{base} = V_g / R_0$

$P_{base} = V_{base} I_{base} = \frac{V_g^2}{R_0}$

$M = \frac{V}{V_g}$ - нормализовани излазни напон, dc conversion ratio

$$m_C(t) = \frac{v_C(t)}{V_g}$$ – нормализовани напон резонантног кондензатора

$$J = \frac{I}{I_{base}} = \frac{R_0 I}{V_g}$$ – нормализована струја потрошача

$$j_L(t) = \frac{i_L(t)}{I_{base}} = \frac{R_0 i_L(t)}{V_g}$$ – нормализована струја резонантног калема

$$f_{base} = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ – резонантна учестаност

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$F = f_s / f_0$ – нормализована учестаност прекидања

$\alpha_x = \omega_0 t_x$ – нормализовано трајање интервала t_x

$$\gamma = \frac{\omega_0 T_s}{2} = \frac{\pi}{F}$$ – нормализовани угао трајања полупериоде

$\alpha = \omega_0 t_\alpha$ – угао провођења диоде

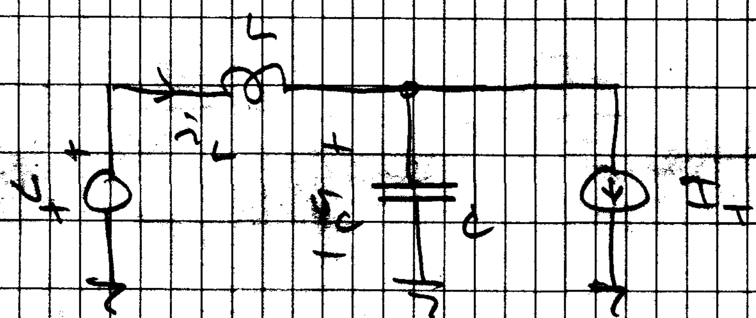
$\beta = \omega_0 t_\beta$ – угао провођења транзистора

$Q = R_0 / R$ − за серијски резонантни конвертор

$Q = R / R_0$ − за паралелни резонантни конвертор

R − actual load resistance

2. Нормализација једначина LC кола у фазној равни



$$L \frac{di_L}{dt} = V_T - v_C$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = i_L - I_T$$

код нормализације

V_g − "неки" напон

$$\frac{L}{V_g} \frac{di_L}{dt} = \frac{V_T}{V_g} - \frac{v_C}{V_g}$$

m_T $\qquad$ m_C

$$\frac{L}{V_g} \frac{di_L}{dt} = \frac{L}{V_g} \frac{d\left(\frac{i_L}{I_{base}}\right)}{dt} \cdot I_{base} =$$

$$= \frac{L}{\cancel{V_g}} \frac{\cancel{V_g}}{R_0} \frac{d j_L}{dt} = \frac{L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \frac{d j_L}{dt} = \sqrt{LC} \frac{d j_L}{dt} =$$

$$= \frac{1}{\omega_0} \frac{d j_L}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{\omega_0} \frac{d j_L}{dt} = M_T - m_C}$$

$$\underbrace{\frac{R_0}{V_g}}_{\frac{1}{I_{base}}} C \frac{d v_C}{dt} = \underbrace{\frac{i_L}{I_{base}}}_{j_L} - \underbrace{\frac{I_T}{I_{base}}}_{J_T}$$

$$\frac{R_0}{V_g} C \frac{d v_C}{dt} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot C \frac{d m_C}{dt} = \sqrt{LC} \frac{d m_C}{dt} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d m_C}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{\omega_0} \frac{d m_C}{dt} = j_L - J_T}$$

[illegible] решење

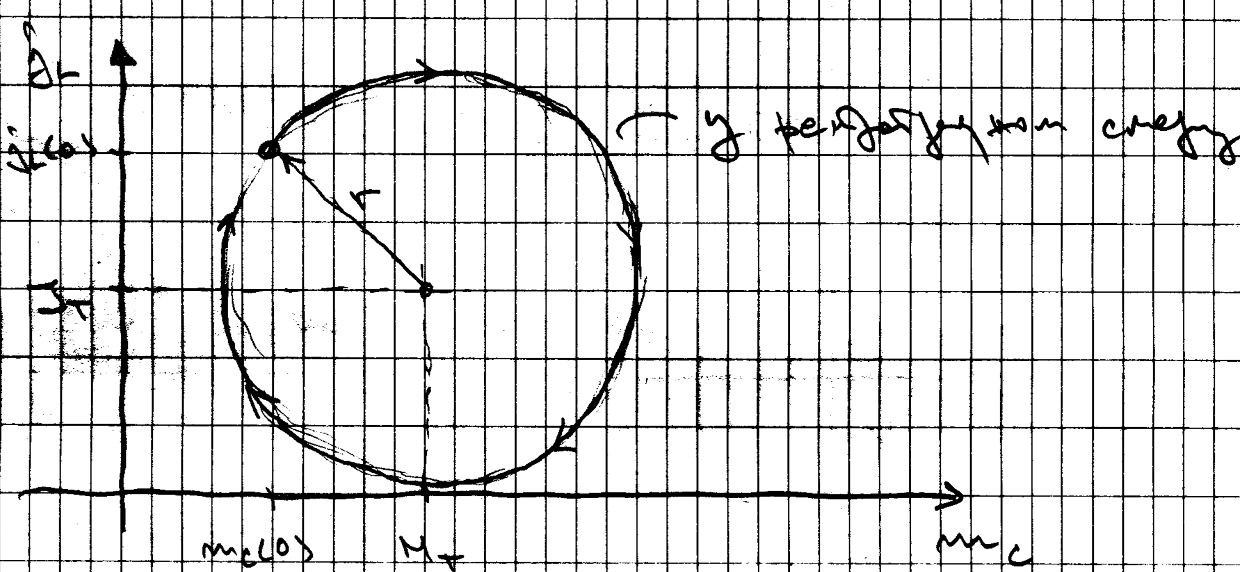
$$\boxed{j_{LP} = J_T}$$

$$\boxed{m_{CP} = M_T}$$

– тачка у phase-plane-у око које се све врти решење:

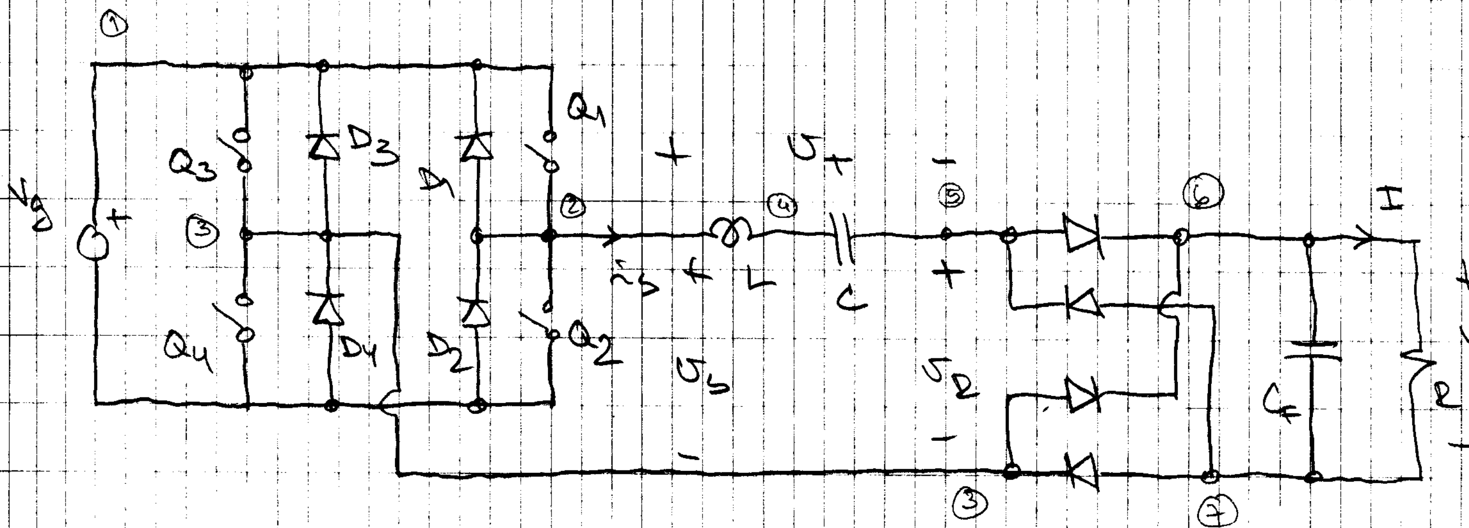
$$m_c(t) = M_T + (m_c(0) - M_T)\cos(\omega_0 t \cancel{-\varphi}) + (j_L(0) - J_T)\sin(\omega_0 t \cancel{-\varphi})$$

$$j_L(t) = J_T + (j_L(0) - J_T)\cos(\omega_0 t \cancel{-\varphi}) - (m_c(0) - M_T)\sin(\omega_0 t \cancel{-\varphi})$$



$$r = \sqrt{(m_c(0) - M_T)^2 + (j_L(0) - J_T)^2}$$

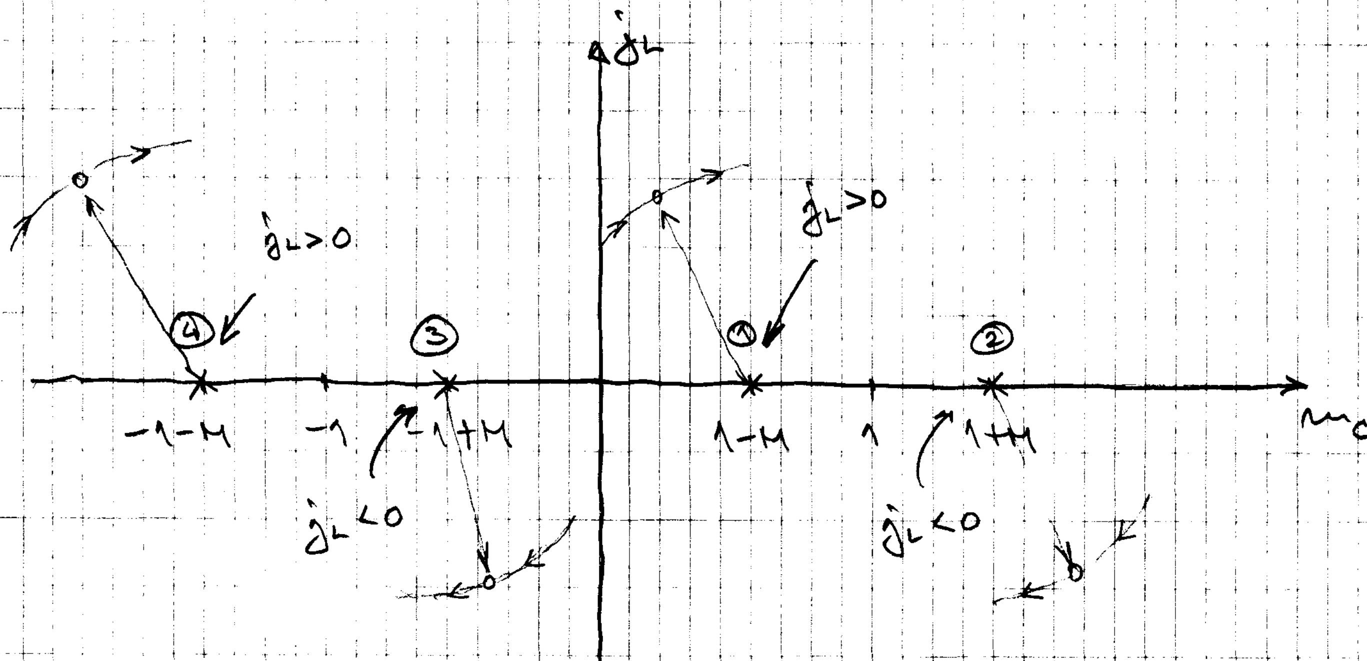
Анализа серијског резонантног конвертора



Због редног кондензатора $V_T = 0$ за било који мод рада

mode	on	D_1, D_4	D_2, D_3	i_s	V_s	V_R	M_T
1	Q_1, Q_4	off	off	+	V_g	V	$1-M$
2	Q_1, Q_4	on	off	−	V_g	$-V$	$1+M$
3	Q_2, Q_3	off	off	−	$-V_g$	$-V$	$-1+M$
4	Q_2, Q_3	off	on	+	$-V_g$	V	$-1-M$

наизменично понављају и даље



Под одређеним условима може да се заломи ред (discontinuous conduction mode), т. испуван, тиме не води. Карактеристика је

$$\boxed{\dot{j}_L = 0, \quad m_C = \text{const}}$$

Ако се узимају и непотпуно комутована стања инвертора, могуће је и $v_S = 0$, па се ово режими међу фазама и

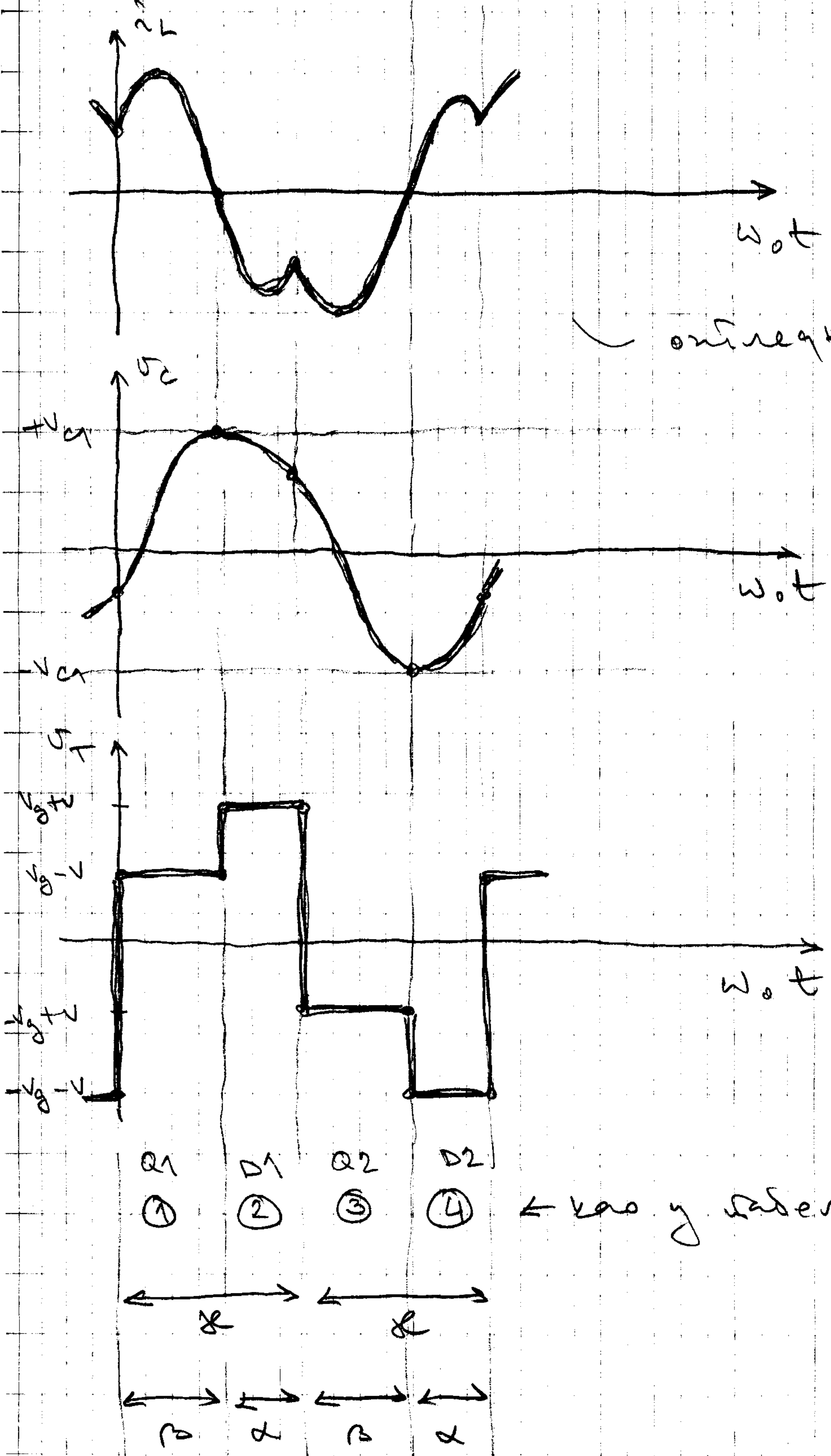
$\dot{j}_L > 0$	$-M$
$\dot{j}_L < 0$	M

Типични таласни облици

$\hat{i}_L > 0 \quad v_C \uparrow$

$\hat{i}_L = 0 \quad v_C$ – extrem

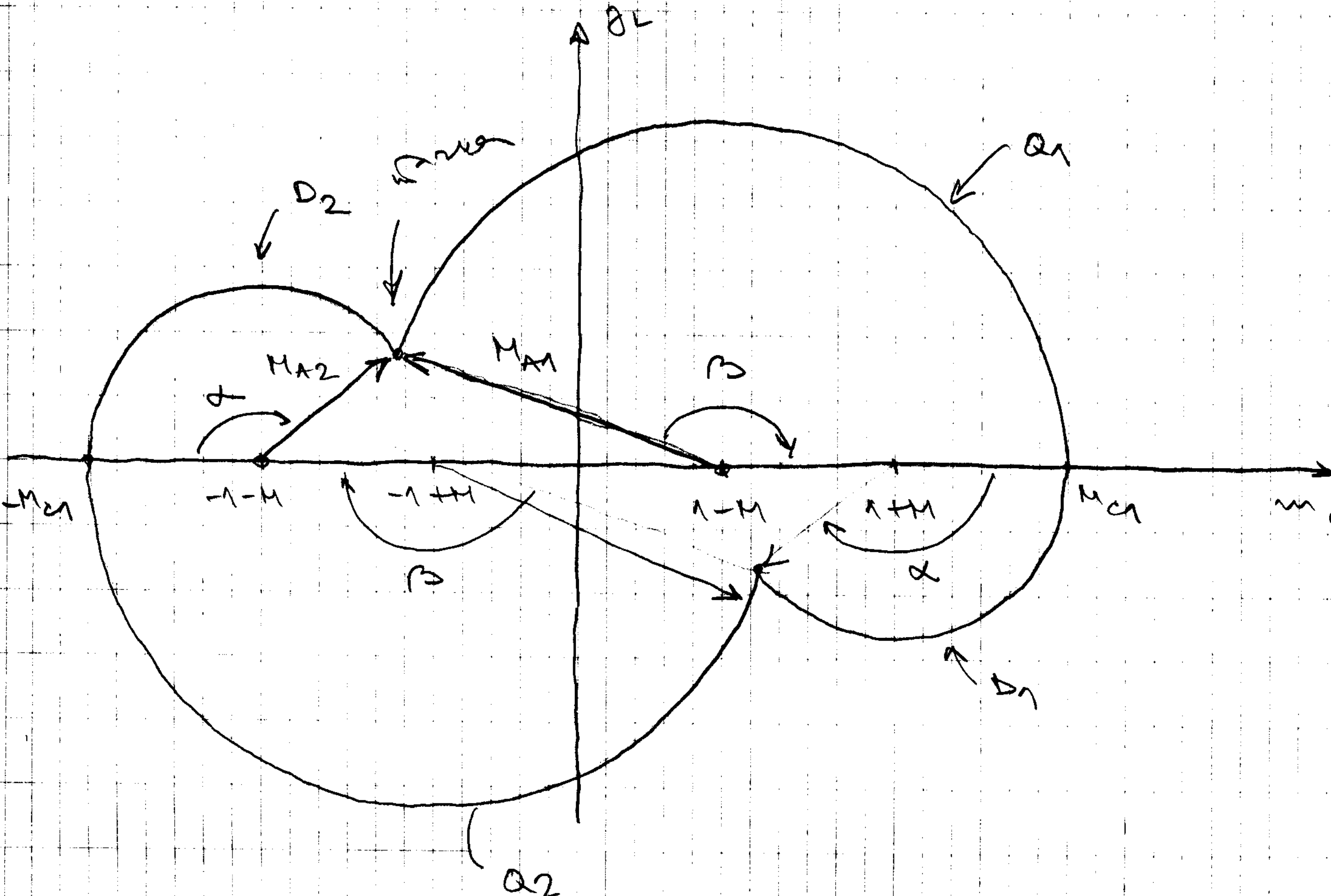
$\hat{i}_L < 0 \quad v_C \downarrow$



очигледно $f_0 > f_s$

← као у табели

дијаграм у фазној равни



- количина електрицитета која протекне у једној полупериоди

$$q = C \cdot 2 V_{c1}$$

- средња вредност

$$I = \overline{|i_L|} = \frac{1}{\frac{T_s}{2}} \int_0^{T_s/2} |i_L(\tau)| \, d\tau = \frac{2}{T_s} \cdot q$$

$$I = \frac{2}{T_s} \cdot C \cdot 2 V_a = \frac{4 C V_a}{T_s}$$

$$V_a = \frac{I T_s}{4C}$$

$$\frac{V_a}{V_g} = M_a = \underbrace{\frac{Z_0 I}{V_g}}_{J} \cdot \overbrace{\sqrt{\frac{C}{L}}}^{\frac{1}{Z_0}} \cdot T_s \cdot \frac{1}{4C} =$$

$$= J \frac{T_s}{\underbrace{\sqrt{LC}}_{\omega_0}} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} J \omega_0 T_s$$

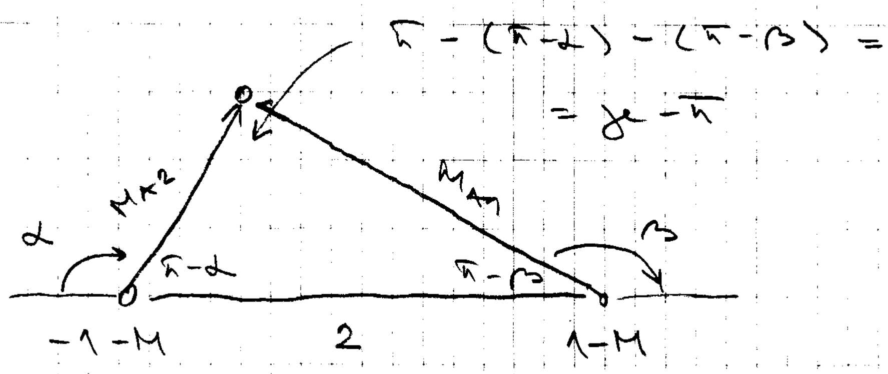
$$\boxed{\frac{1}{2} T_s \omega_0 = \gamma}$$ – дефиниција γ, фазна дужина полупериоде

$$\boxed{M_a = \frac{1}{2} \gamma J}$$

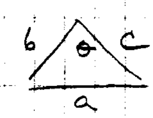
Циљ: ~~наћи~~ наћи $M(J, F)$

$$M_{A1} = M_a - (1 - M) = \frac{\gamma J}{2} - 1 + M$$

$$M_{A2} = M_a - (1 + M) = \frac{\gamma J}{2} - 1 - M$$



косинусна теорема



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta$$

$$2^2 = M_{A2}^2 + M_{A1}^2 - 2M_{A1}M_{A2}\cos(\varkappa - \pi)$$

$$4 = \left(\frac{J\varkappa}{2} - 1 - M\right)^2 + \left(\frac{J\varkappa}{2} - 1 + M\right)^2 +$$

$$+ 2\left(\frac{J\varkappa}{2} - 1 - M\right)\left(\frac{J\varkappa}{2} - 1 + M\right)\cos\varkappa$$

поједноставнем

$$4 = 2\left(\frac{J\varkappa}{2} - 1\right)^2 + 2M^2 + 2\left(\left(\frac{J\varkappa}{2} - 1\right)^2 - M^2\right)\cos\varkappa$$

$$1 = \left(\frac{J\varkappa}{2} - 1\right)^2\left(\frac{1+\cos\varkappa}{2}\right) + M^2\left(\frac{1-\cos\varkappa}{2}\right)$$

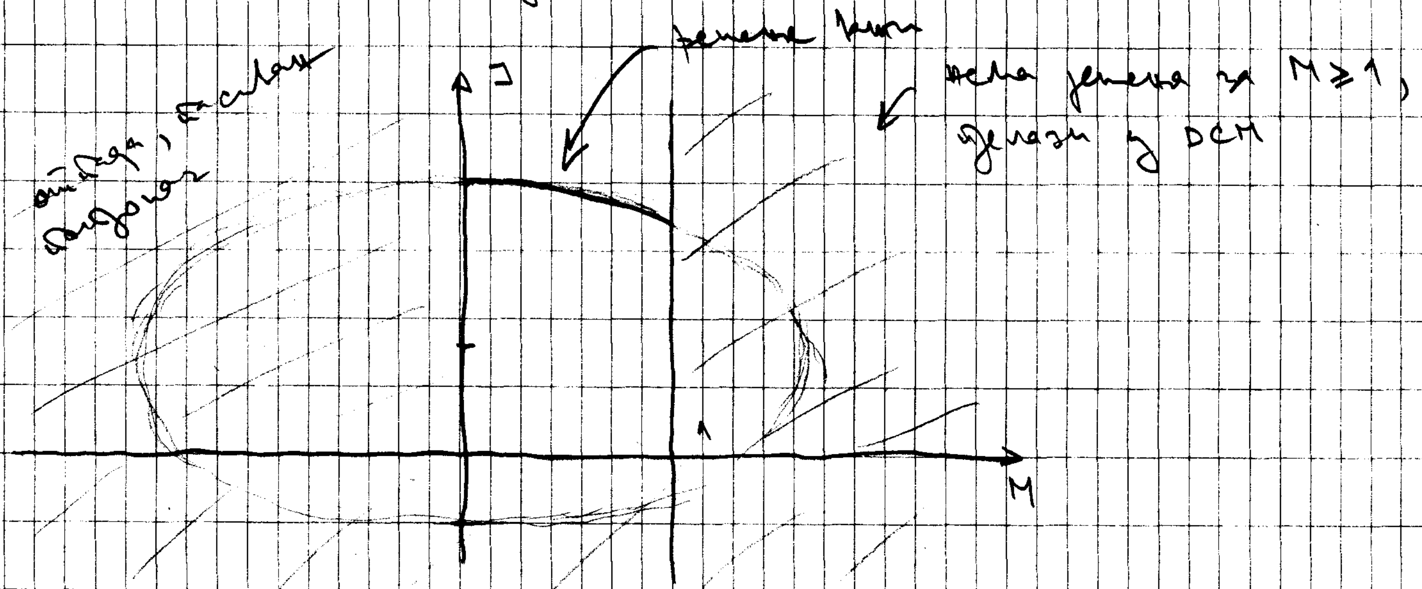
$$\boxed{M^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2} + \left(\frac{J\gamma}{2} - 1\right)^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} = 1}$$

ово је згодно ако што ми уведемо

$$\gamma = \omega_0 \frac{T_s}{2} = 2\pi f_0 \frac{1}{2 f_s} = \frac{\pi}{\frac{f_s}{f_0}} = \frac{\pi}{F}$$

$\boxed{\gamma = \frac{\pi}{F}}$ – често се користи

Излазне карактеристике (output plane characteristics)



отпада, јер на излазу не иде $J < 0$

посебни случајеви:

$F = 0.5$ (half resonance)

$$x = \frac{\pi}{F} = 2\pi$$

$$M^2 \cdot 0 + (\pi J - 1)^2 \cdot 1 = 1$$

$$\boxed{J = \frac{2}{\pi}}$$

– није функција M, пошто се ради о струјни извор

$F = 1.0$ (resonance)

$$x = \frac{\pi}{F} = \pi$$

$$M^2 \cdot 1 + \left(\frac{J\pi}{2} - 1\right)^2 \cdot 0 = 1$$

$$\boxed{M = 1}$$

– није функција J, пошто се ради о напонски извор

Вредност J за $M = 1$

$$\left(\frac{Jx}{2} - 1\right)^2 = \frac{1 - \sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}} = 1$$

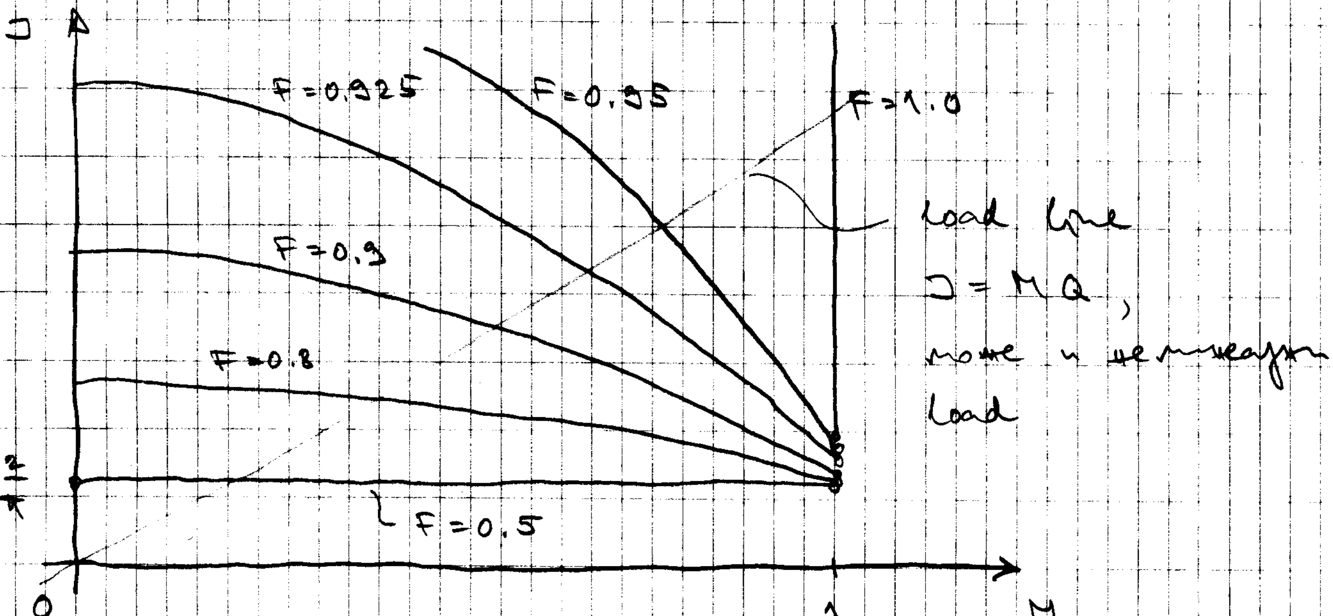
$$\frac{Jx}{2} = 2 \qquad \boxed{J = \frac{4}{x}}$$

Следи једначина струје на излазу

$$\left(\frac{J_{sc}\gamma}{2} - 1\right)^2 \cos^2\frac{\gamma}{2} = 1$$

$$\frac{J_{sc}\gamma}{2} - 1 = \left|\sec\frac{\gamma}{2}\right|$$

$$\boxed{J_{sc} = \frac{2}{\gamma}\left(1 + \left|\sec\frac{\gamma}{2}\right|\right) = \frac{2F}{\pi}\left(1 + \left|\sec\frac{\pi}{2F}\right|\right)}$$



карактеристика потрошача

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\frac{V}{V_g}}{\frac{1}{R_0}\frac{R_0 I}{V_g}} = R_0\frac{M}{J} \qquad \frac{M}{J} = \frac{R}{R_0}$$

$$Q = \frac{R_0}{R} \qquad \boxed{J = MQ}$$

Карактеристике у контролној равни
(control plane characteristics)

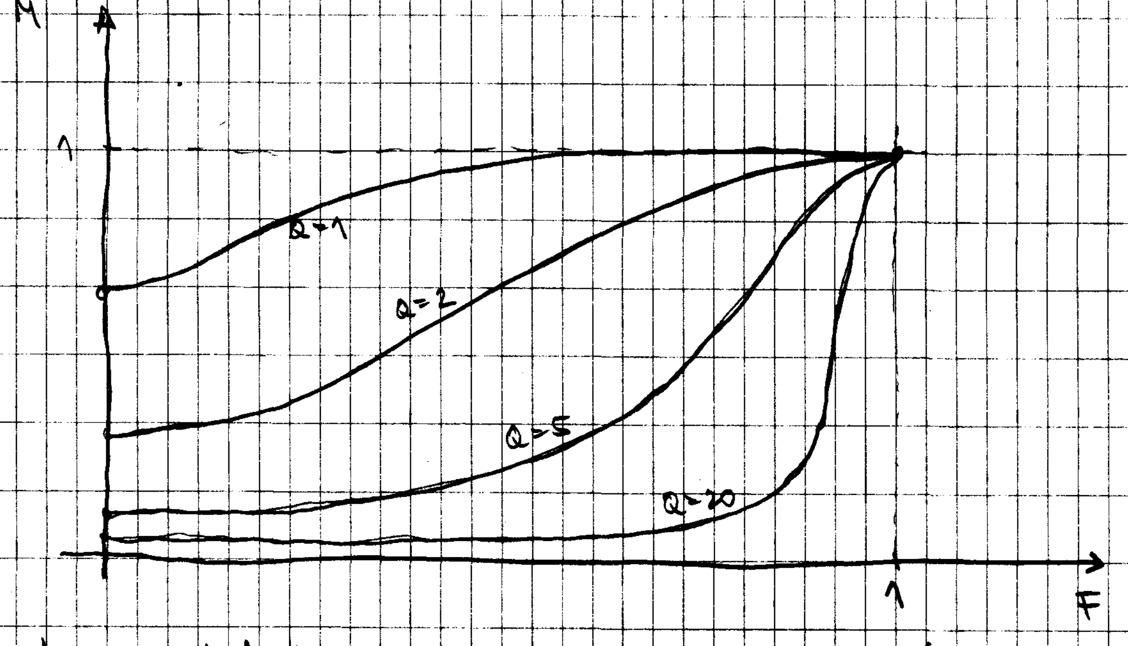
$$M^2 \sin^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{MQ\gamma}{2} - 1\right)^2 \cos^2\frac{\gamma}{2} = 1$$

($J = MQ$ – нормализовано)

$$M^2\left(\sin^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2\cos^2\frac{\gamma}{2}\right) -$$

$$- MQ\gamma\cos^2\frac{\gamma}{2} + \left(\cos^2\frac{\gamma}{2} - 1\right) = 0$$

$$\boxed{M = \frac{\frac{Q\gamma}{2}}{tg^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2}\left(1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2}{Q\gamma}\right)^2 tg^2\frac{\gamma}{2}\left(tg^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2\right)}\right)}$$



ово је below resonance case, $f_s < f_o$, CCM 1

Модови рада

- до сада анализирали $k = 1$ CCM
- мод рада одређује секвенца вођења, за $k = 1$ CCM то је $Q_1 - D_1 - Q_2 - D_2$, за $k = 0$ CCM то је $D_1 - Q_1 - D_2 - Q_2$
- ДИСКОНТИНУАЛНИ МОДОВИ

- за light loads, $J < \frac{2}{\pi}$, јавља се стање када не воде диоде у [illegible], означава се са X.

- $k = 1$ DCM $\quad Q_1 - X - Q_2 - X$

$$I = \overline{|i_L|} = \frac{2q}{T_s}$$

q - наелектрисање које прође кроз тенк у једној полупериоди

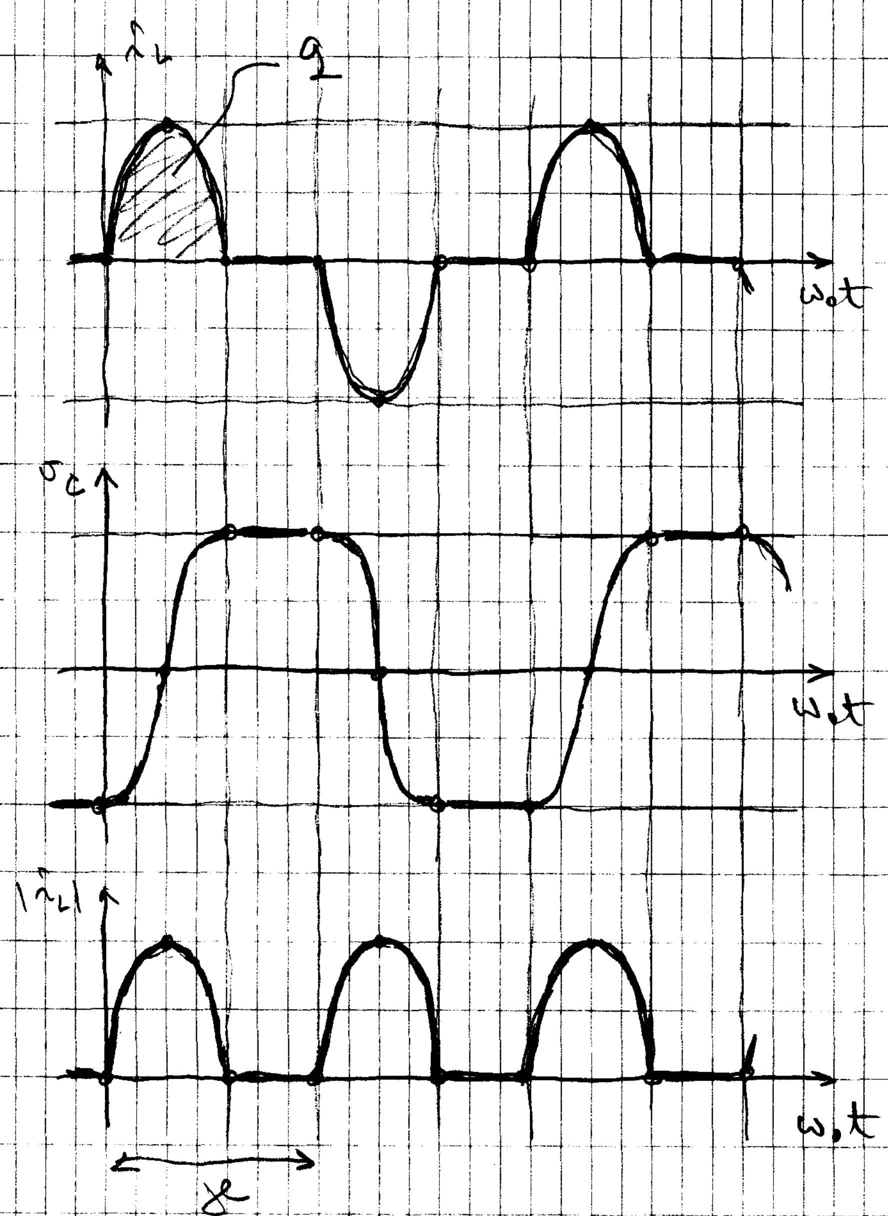
$$q = \int_0^{\frac{T_s}{2}} i_L(t)\,dt$$

$$i_g = \frac{2}{T_s}\int_0^{\frac{T_s}{2}} i_L(t)\,dt = \frac{2q}{T_s} = I$$

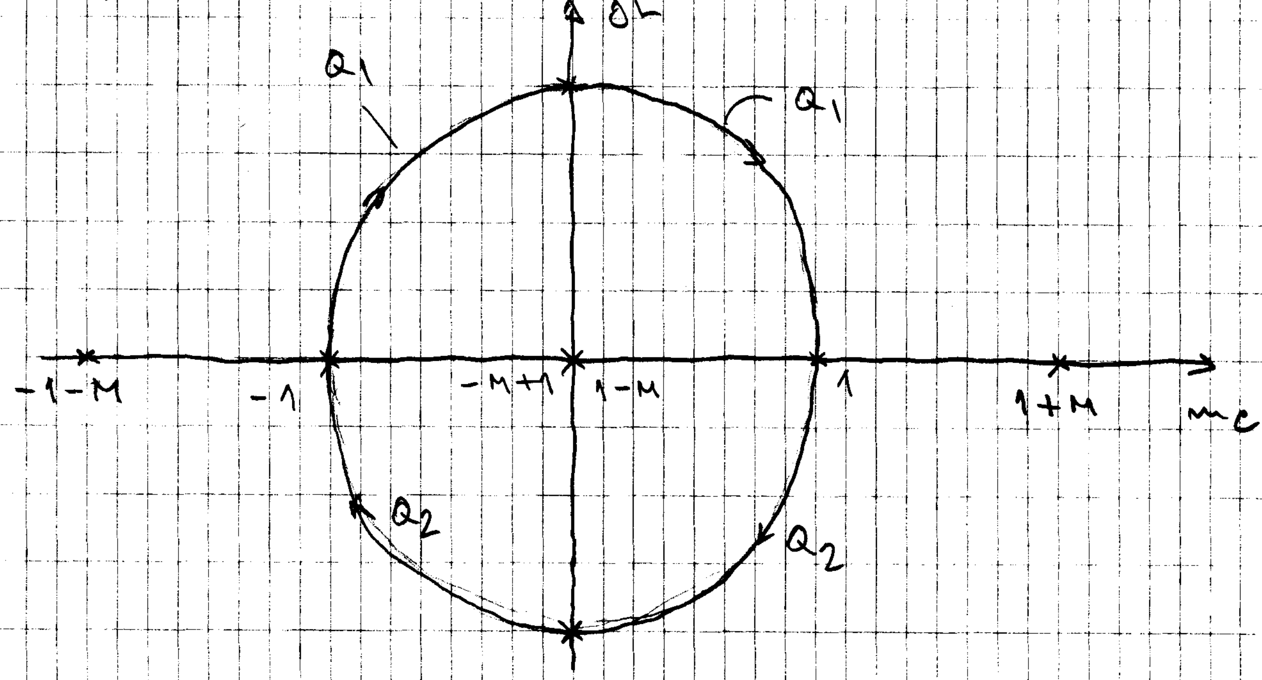
$$P_{in} = P_{out} \qquad V_g I = V I \qquad \boxed{V = V_g}$$

$$\boxed{M = 1}$$

$$q = C \cdot 2 V_{ca} \qquad V_{ca} = \frac{I T_s}{4C} \rightarrow \boxed{M_{ca} = \frac{J\gamma}{2}}$$



Q_1
$\omega_0 t$
v_C
$\omega_0 t$
$|\hat{i}_L|$
$\omega_0 t$



Q_1
Q_1
$-1-M$
-1
$-M+1$
$1-M$
1
$1+M$
Q_2
Q_2

Ограничења за DCM $k=1$ mode

k - број half-cycles in one half period

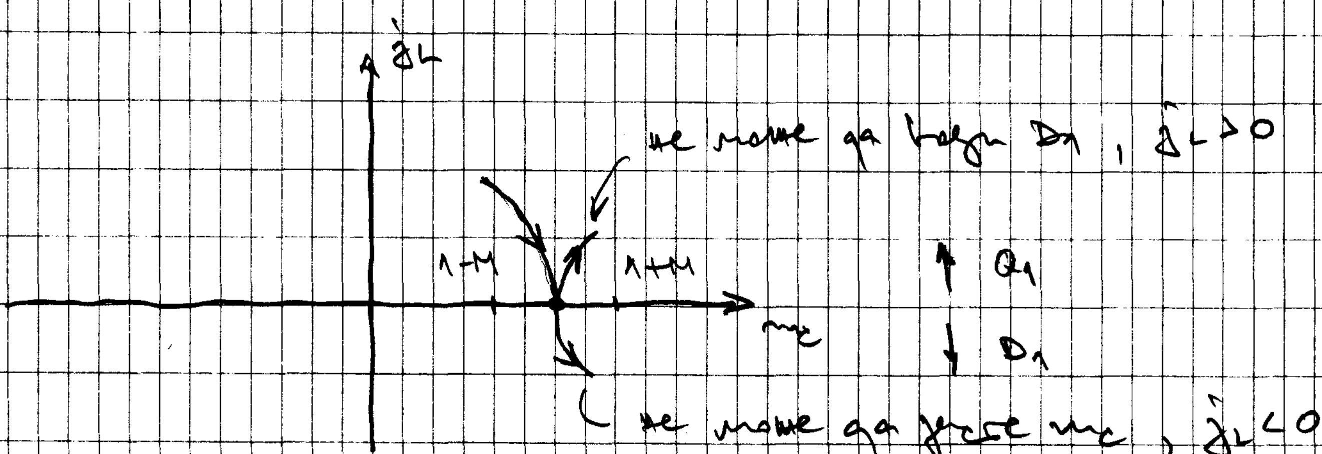
овај мод не може изнад резонанце, за $f_0 < f_s$

$\boxed{F < 1}$ $\boxed{\varkappa > \pi}$

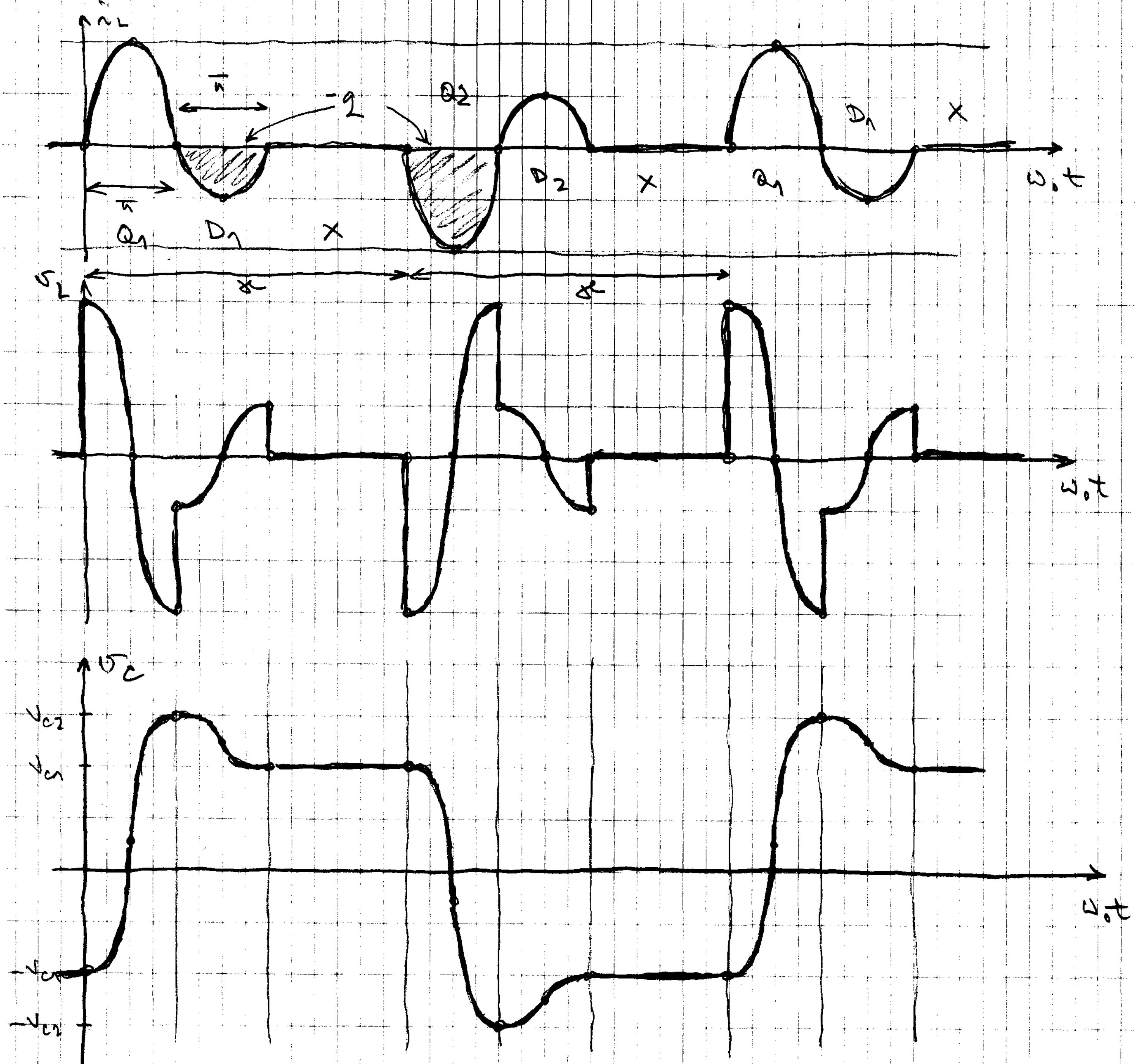
$1 + M > M_{c1}$

$1 + 1 > \frac{J\varkappa}{2}$ $\boxed{J < \frac{4}{\varkappa}}$

ограничење у фазној равни



k = 2 Дисконтинуални режим
(k = 2 DCM)



$$2V_{C2} = \frac{q}{C} \rightarrow q = 2CV_{C2}$$

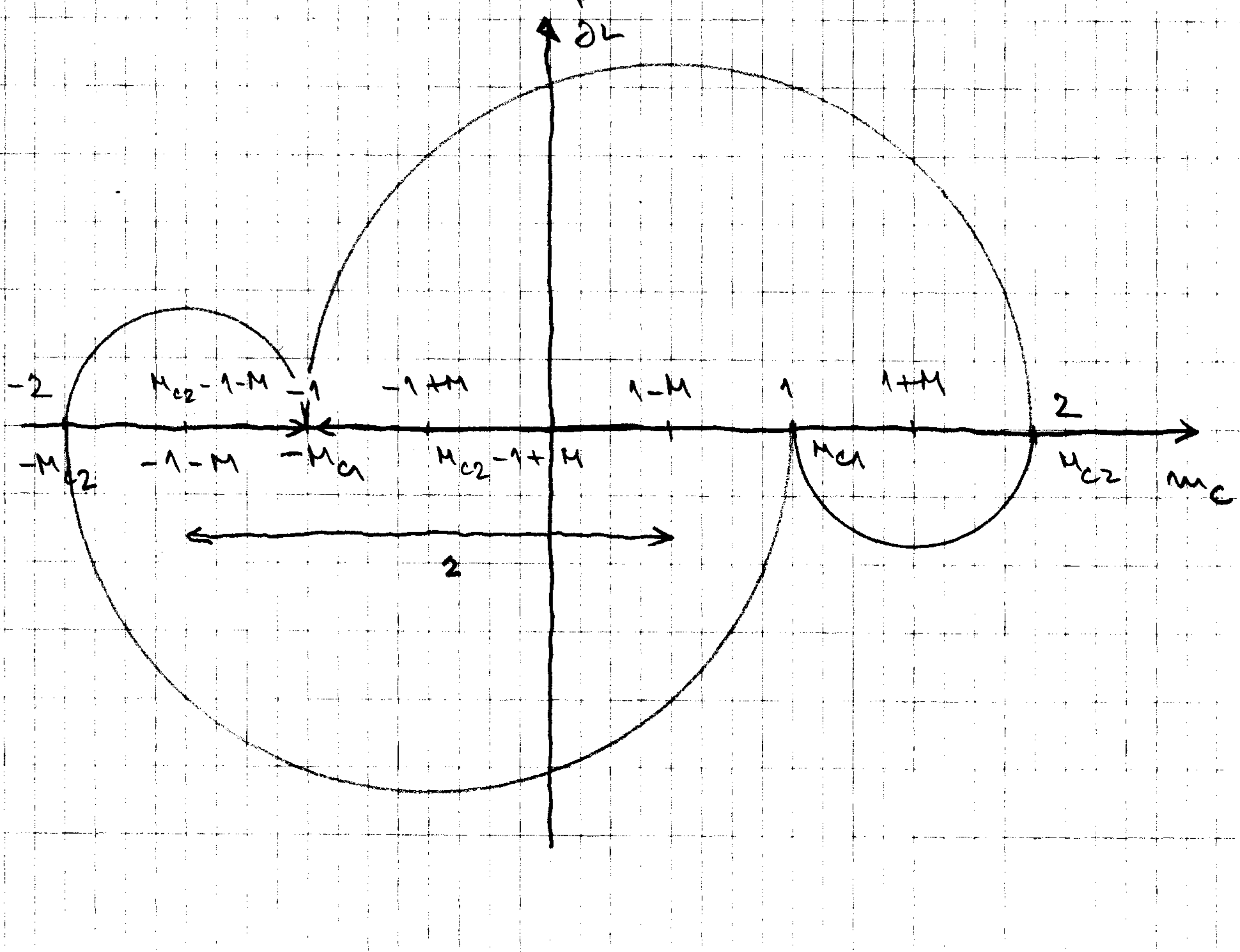
$$I = \overline{|\hat{i}_L|} = \frac{2q}{T_s} = \frac{4CV_{C2}}{T_s}$$

$$J = \frac{R_0 I}{V_g} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot C \cdot \frac{4V_{C2}}{V_g} \cdot \frac{1}{T_s} =$$

$$= \frac{1}{\omega_0} 4M_{C2} \cdot \frac{1}{T_s} = \frac{4M_{C2}}{2\gamma} = \frac{2M_{C2}}{\gamma}$$

$$\boxed{M_{C2} = \frac{J\gamma}{2}}$$

– ово је увек тачно када, да се q поклопи са геометријом



$$2 = (M_{c2} - (1+M)) + (M_{c2} - (1-M))$$

$$2 = 2M_{c2} - 2 \rightarrow M_{c2} = 2 = \frac{J\pi}{2}$$

$$\boxed{J = \frac{4}{\pi}} \qquad \boxed{J = \frac{4}{\pi} F}$$

за резистивни потрошач:

$$J = MQ = \frac{4}{\pi} F$$

$$\boxed{M = \frac{4}{\pi} \frac{F}{Q}}$$ – output plane characteristics

биће потребно: колико је M_{c1}?

$$M_{c1} = M_{c2} - 2(M_{c2} - (1+M)) =$$

$$= M_{c2} - 2M_{c2} + 2 + 2M = 2M \qquad (M_{c2} = 2)$$

$$\boxed{M_{c1} = 2M}$$

Границе за $k = 2$ DCM

да би одржао два полуимпулса у полупериоди

$$f_s < \frac{f_0}{2}$$

$$\boxed{F \le \frac{1}{2}} \qquad \boxed{x \ge 2\pi}$$

Ово даје и горњу границу за I

$$I = \frac{4}{\pi} F \le \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{\pi}$$

$$\boxed{I \le \frac{2}{\pi}}$$

Да не би дошао трећи полуимпулс

$$(1+M) - (1-M) > M_{c2} - (1+M)$$

$$2M > 2 - 1 - M$$

$$3M > 1$$

$$\boxed{M > \frac{1}{3}}$$

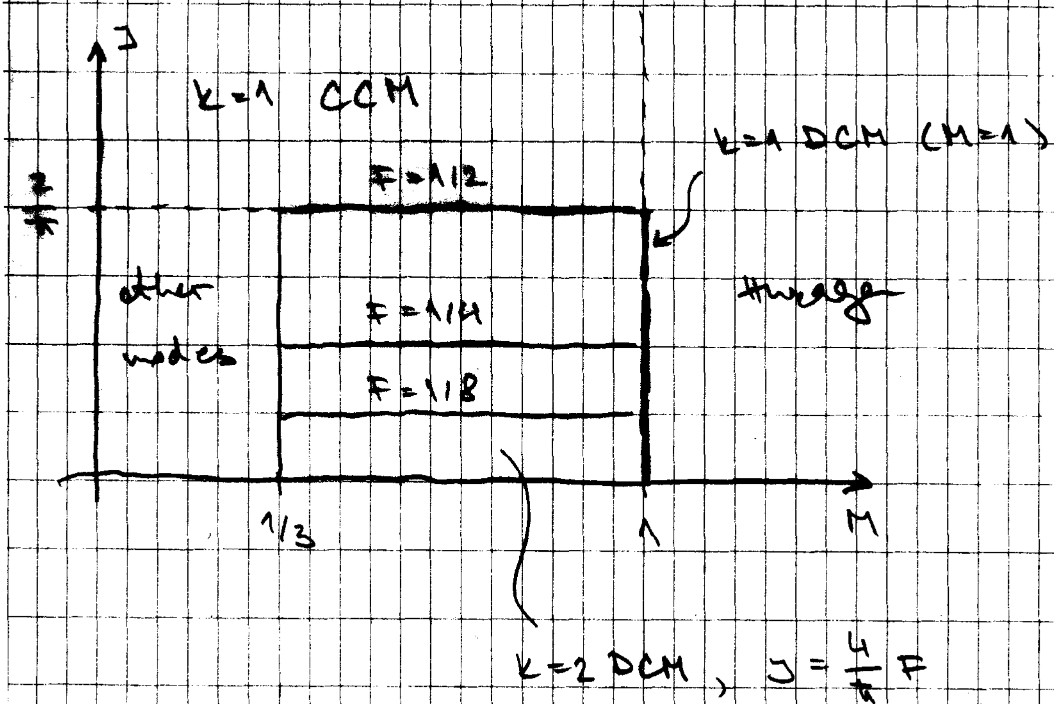
- Имамо 3 ограничења, за F, M и J

$$0 < F < \frac{1}{2}$$

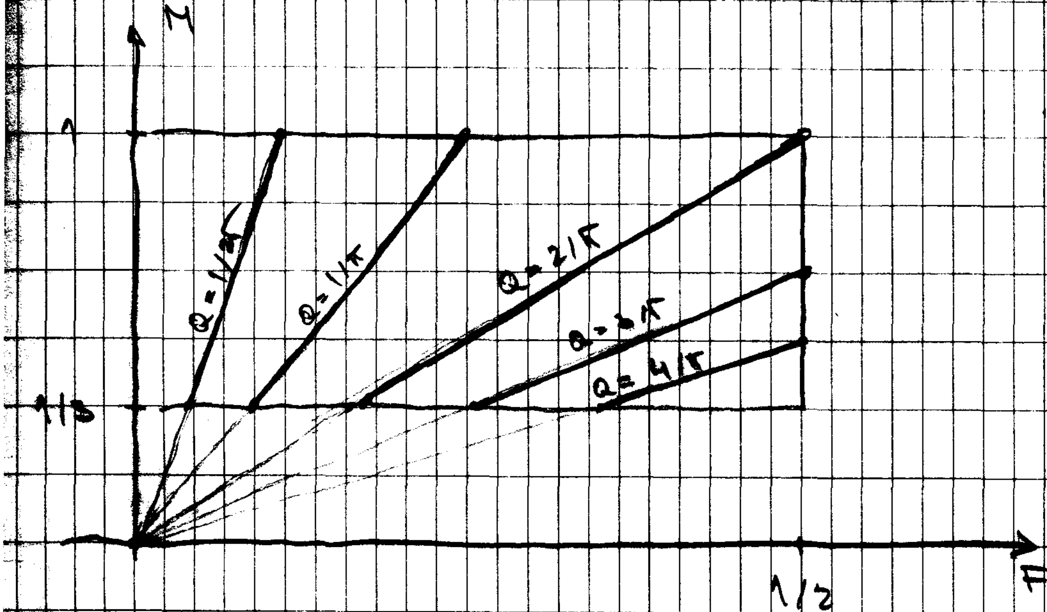
$$0 < J < \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{1}{3} < M < 1$$ – што се може проширити на $0 < M < 1$ доменом параметара

Карактеристике DCM 2 у M – J равни



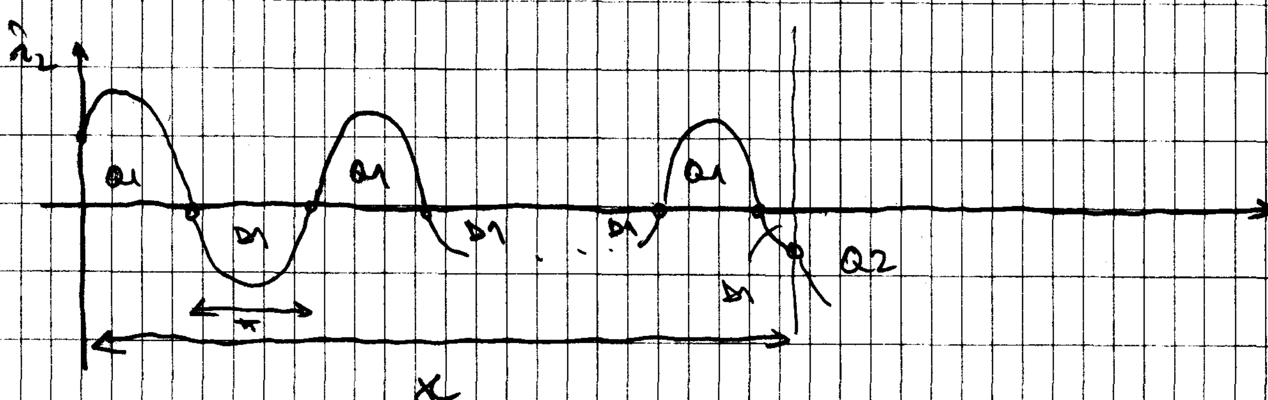
Карактеристике у контролној (M(F)) равни



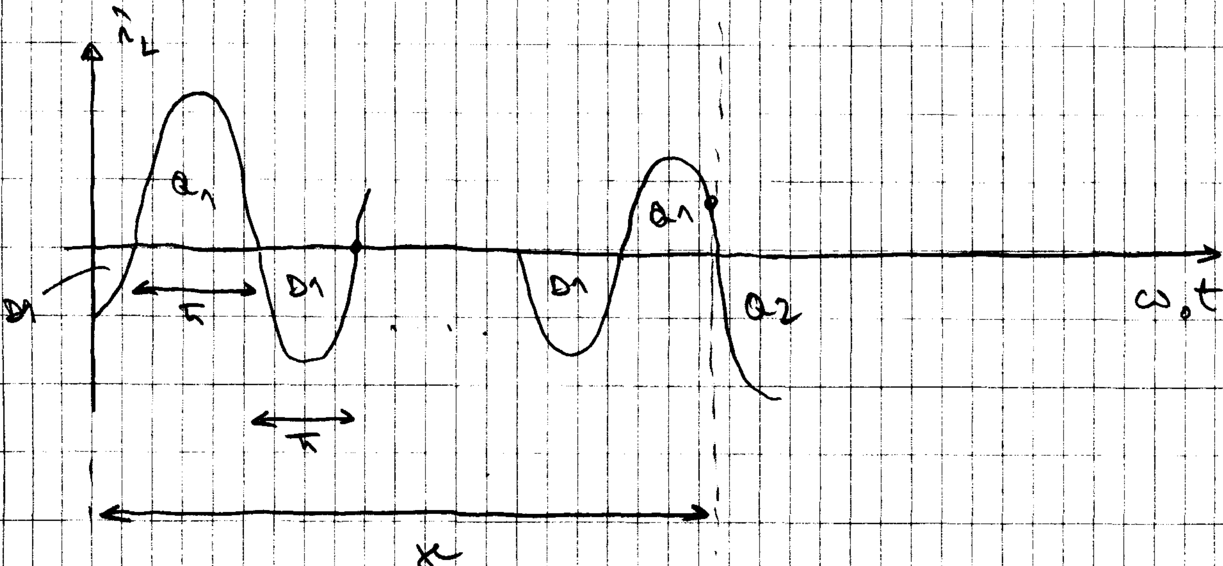
Опште решење

– к CCM

к непарно



k – парно



k CCM се може остварити за

$$\boxed{\frac{f_0}{k+1} < f_s < \frac{f_0}{k}}$$

subharmonic index

$$\boxed{\xi = k + \frac{1+(-1)^k}{2}}$$

k	ξ
0	1
1	1
2	3
3	3
4	5
5	5
6	7
7	7
⋮	⋮

M је ограничен са:

$$\boxed{0 \le M \le \frac{1}{\xi}}$$

Излазне карактеристике су елипсе

$$\boxed{M^2 \xi^2 \sin^2\frac{\gamma}{2} + \frac{1}{\xi^2}\left(\frac{J\gamma}{2} + (-1)^k\right)^2 \cos^2\frac{\gamma}{2} = 1}$$

Steady-State Control Plane Characteristics

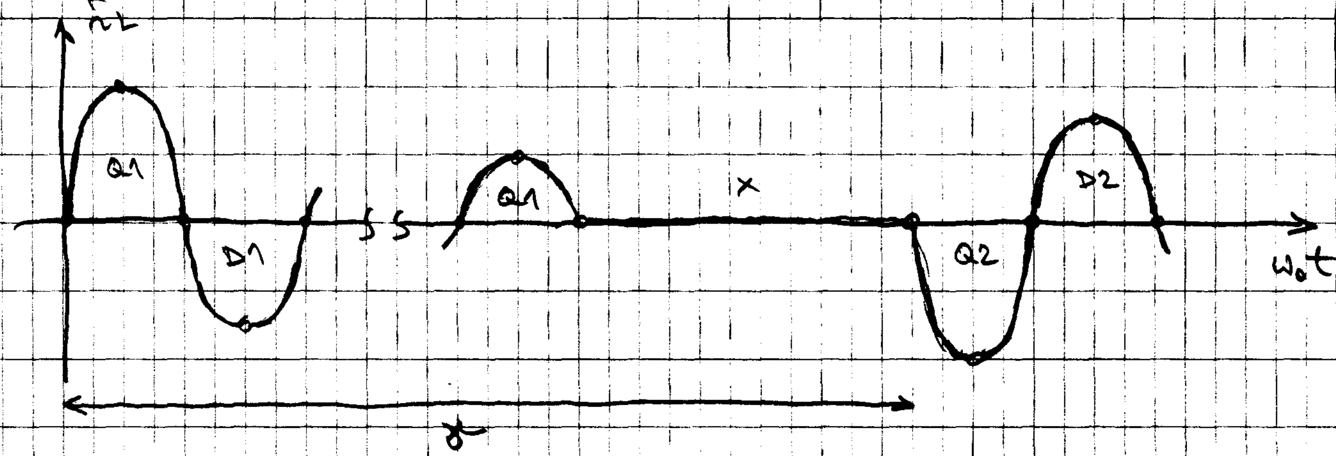
$$\boxed{M = \frac{\frac{Q\gamma}{2}}{\xi^4 \mathrm{tg}^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2}\left((-1)^{k+1} + \sqrt{1 + \frac{\left(\xi^2 - \cos^2\frac{\gamma}{2}\right)\left(\xi^4 \mathrm{tg}^2\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2\right)}{\left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2 \cos^2\frac{\gamma}{2}}}\right)}$$

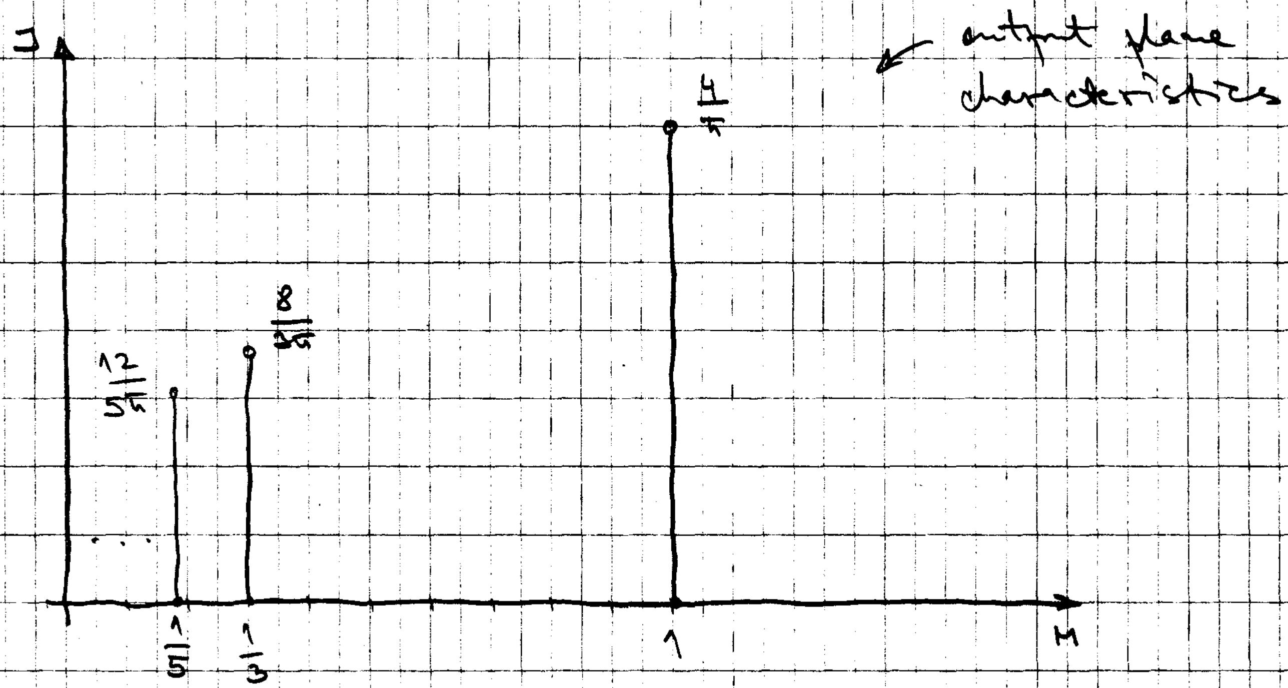
k DCM , k непарно

$$\boxed{f_s < \frac{f_0}{k}} \qquad \boxed{M = \frac{1}{k}}$$

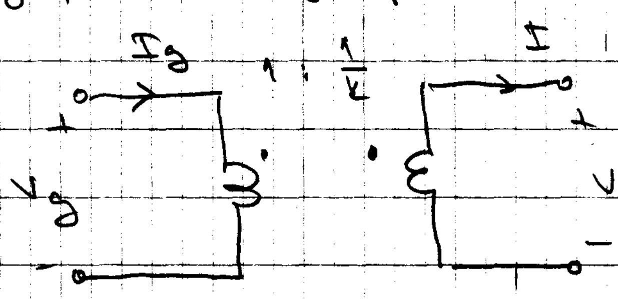
$$\boxed{\frac{2(k+1)}{\gamma} > J > \frac{2(k-1)}{\gamma}}$$

Типични таласни облици





– модел конвертора у устаљеном стању, за средње вредности струја и напона

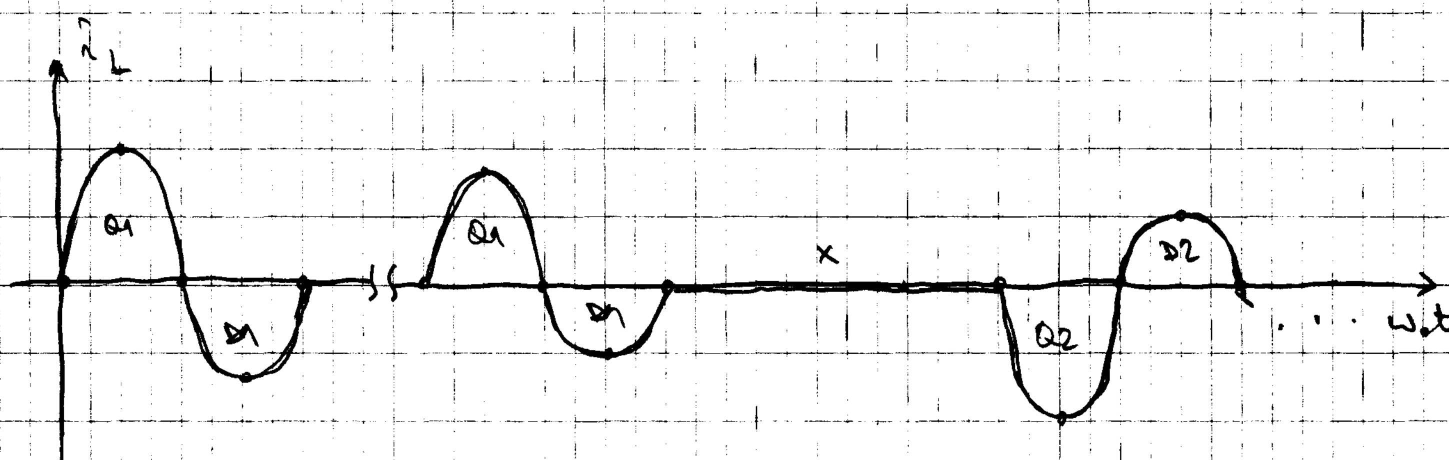


k DCM, k [illegible]

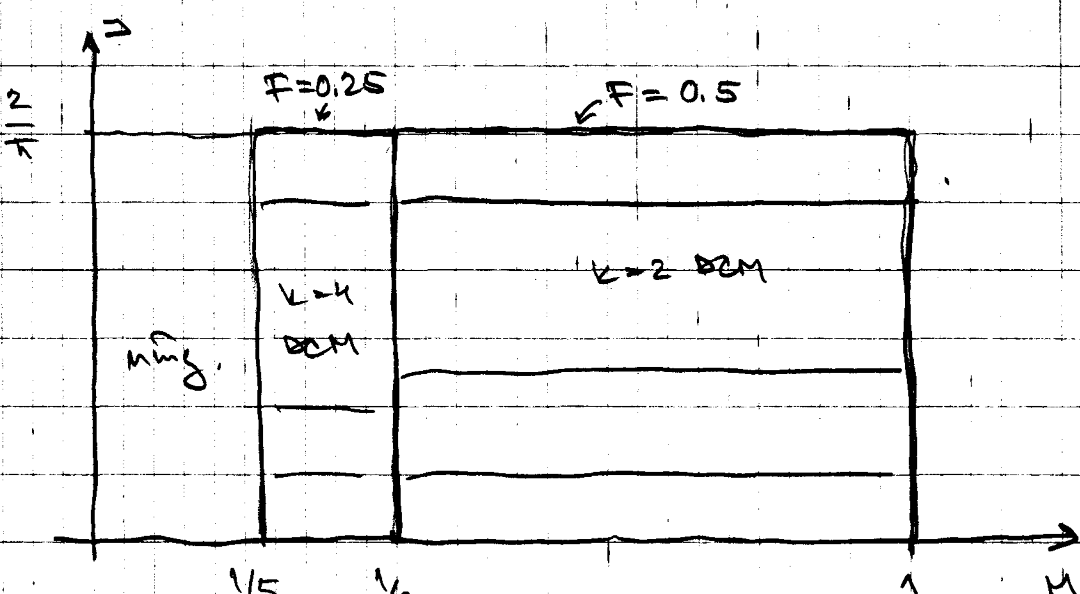
$$\boxed{f_s < \frac{f_0}{k}}$$

$$\boxed{J = \frac{2k}{\gamma}}$$

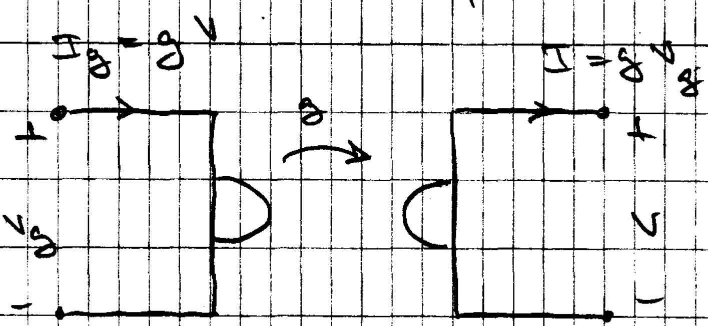
$$\boxed{\frac{1}{k+1} < M < \frac{1}{k-1}}$$



output plane characteristics



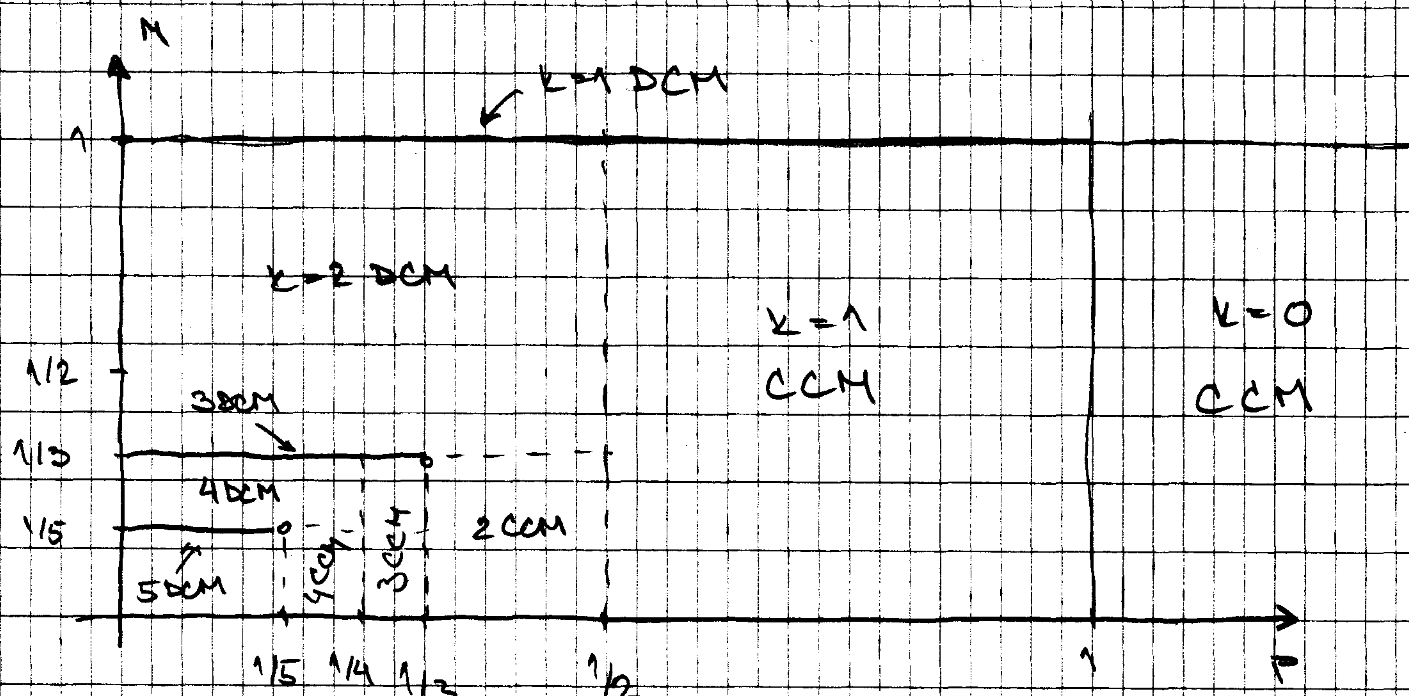
- dc model, averaged voltages and currents



$$\boxed{g = \frac{2k}{\gamma R_0}}$$

Композитне карактеристике

- у зависности (M(F)) јавља, Q фактору



карактеристика, Боде, страна 76

Одредување режим на работа

$F, Q \rightarrow$ режим

$$k = \mathrm{int}\left(\frac{1}{F}\right)$$

$$k_1 = \mathrm{int}\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{Q\pi}{2F}}\right)$$

$k_1 > k \rightarrow k$ CCM

$k_1 < k \rightarrow k_1$ DCM

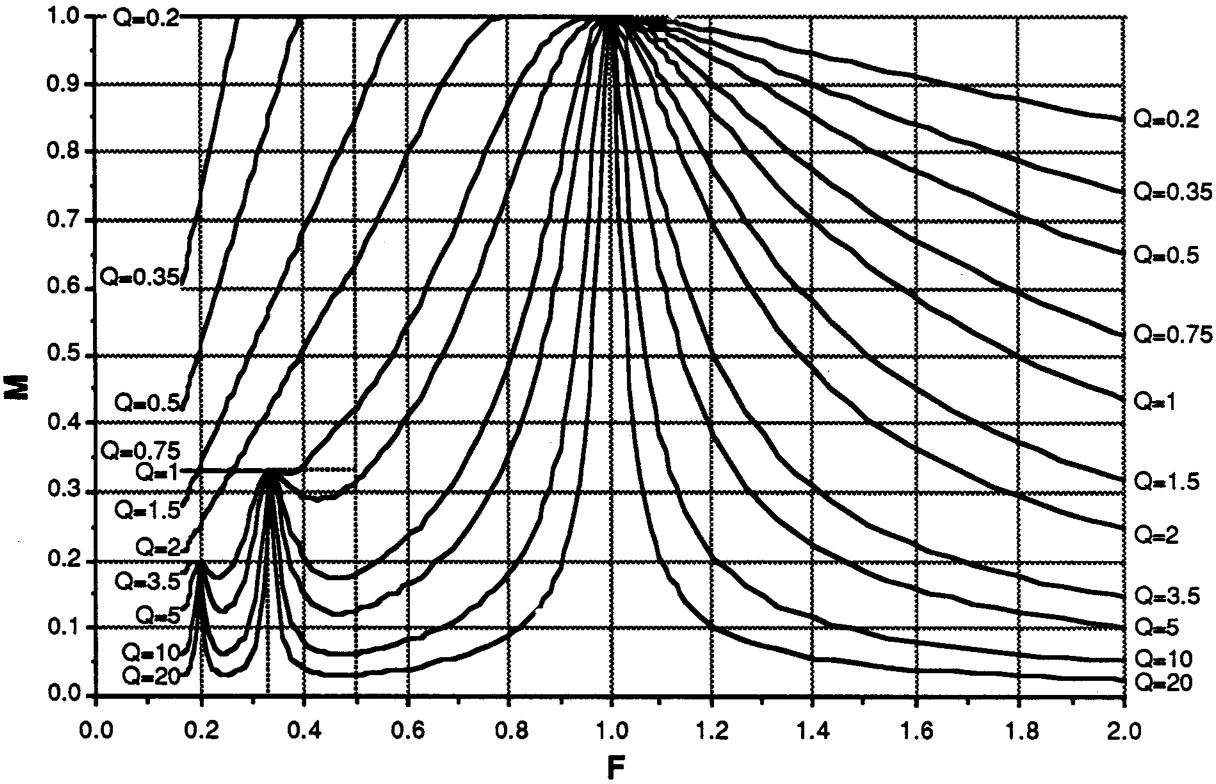


Fig. 4.36. Complete control plane characteristics of the series resonant converter, for the range $0.2 \leq F \leq 2$.

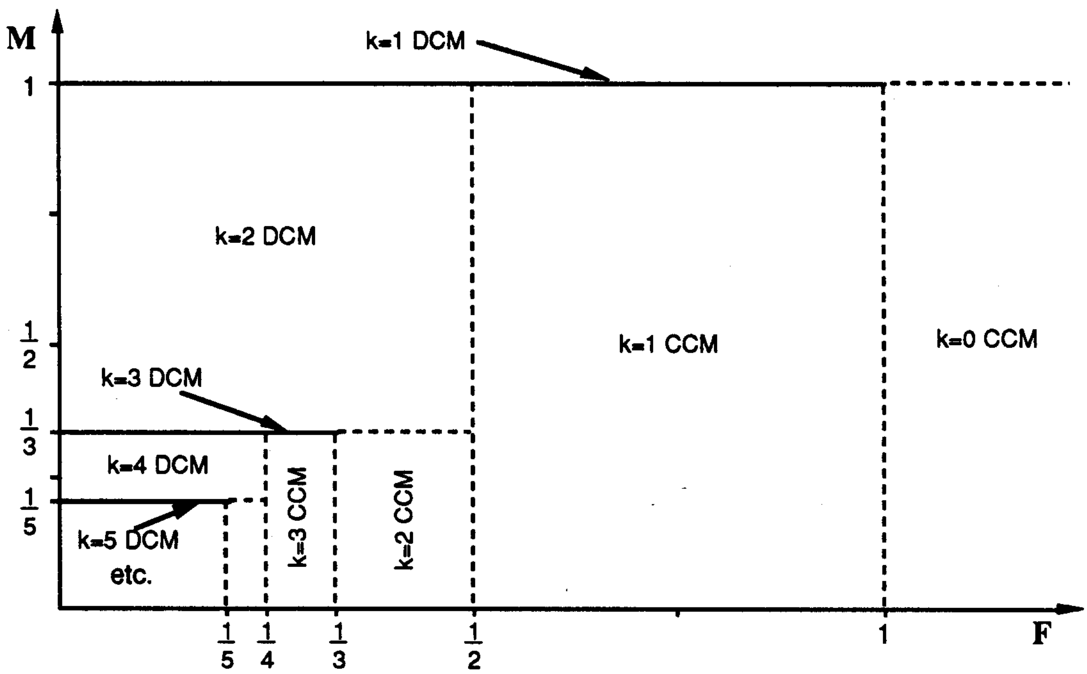


Fig. 4.37. Complete control plane characteristics for continuous and discontinuous conduction mode boundaries.

Dynamesser

$k = 0$	CCM	zv turn on
$k = 1$	CCM	zc turn off
$k = 2$	DCM	zc turn on, zc turn off

output plane characteristics, Bode, cf. 78.