

Kolokvijum 2

1. zadatak (35) – 1. zadatak 10.2013.

2. zadatak (25) – 2. zadatak 06.07.2015.

3. zadatak (20)

Resenje a)

Laplasova transformacija signala $x(t)$ je:

$$X(s) = \frac{\beta}{s+1}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > -1$$

Takođe, na osnovu osobina Laplasove transformacije imamo da je:

$$G(s) = X(s) + \alpha X(-s), \quad -1 < \operatorname{Re}\{s\} < 1$$

Dakle,

$$G(s) = \beta \frac{1-s+\alpha s+\alpha}{1-s^2} = \frac{s}{s^2-1}$$

odakle sledi: $\alpha = -1$, $\beta = \frac{1}{2}$.

b)

Na osnovu osobina Furijeove transformacije imamo da je $Y(j\omega) = X_1(j\omega)X_2(j\omega)$, pa je $Y(j\omega) = 0$ za $|\omega| > 1000\pi$. To znači da minimalna kružna učestanost odabiranja mora biti veća od $2 \times 1000\pi = 2000\pi$, a perioda odabiranja mora biti u granicama $0 < T < \frac{2\pi}{2000\pi} = 0,001 \text{ s}$.

4. zadatak (20)

Iz postavke zadatka se vidi da je $x[n] = \cos\Omega_0 n = \frac{1}{2}(e^{j\Omega_0 n} + e^{-j\Omega_0 n})$, kao i da je $y[n] = \Omega_0 \cos\Omega_0 n = \frac{1}{2}\Omega_0(e^{j\Omega_0 n} + e^{-j\Omega_0 n}) = \frac{1}{2}\Omega_0 e^{j\Omega_0 n} + \frac{1}{2}\Omega_0 e^{-j\Omega_0 n}$, pa je očigledno:

$$H(j\Omega) = |\Omega| \square$$

Inverznom Furijeovom transformacijom dobija se impulsni odziv:

$$\begin{aligned} h[n] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 -\Omega e^{j\Omega n} d\Omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \Omega e^{j\Omega n} d\Omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \Omega \cos(\Omega n) d\Omega = \frac{1}{\pi} \frac{\cos n\pi - 1}{n^2} \end{aligned}$$

Priznaje se i rešenje $H(j\Omega) = \Omega$

5. zadatak (25) – 2. zadatak 06.09.2015.

6. zadatak (25)

Sopstveni odziv je odziv na početne uslove:

a)

$$\lambda^4 - 1/16 = (\lambda^2 - 1/4)(\lambda^2 + 1/4)$$

$$\lambda_{1/2} = \pm 1/2; \lambda_{3/4} = \pm j/2$$

$$y_s(t) = C_1 e^{-t/2} + C_2 e^{t/2} + C_3 \cos(t/2) + C_4 \sin(t/2)$$

$$C_1 = -C_2 = 3/8, C_3 = 0, C_4 = 10/8$$

b) Sopstveni odziv je odziv sa nulnim početnim uslovima uslovima za $t > 0$

$$y_{us}(t) = \frac{\sin(2t)}{(-2^2)^2 - 1/16} = \frac{16}{255} \sin(2t)$$

$$y_p(t) = C_1 e^{-t/2} + C_2 e^{t/2} + C_3 \cos(t/2) + C_4 \sin(t/2) + \frac{16}{255} \sin(2t), t > 0$$

$$C_1 = -C_2 = 240/255, C_3 = 0, C_4 = -34 \cdot \frac{16}{255}$$