Signali i sistemi – II kolokvijum i integralni ispit 12.6.2016.
Odsek za elektroniku

Popuniti potrebne podatke na omotnom listu.
Obeležiti zadatke koji su rađeni, zaokruživanjem odgovarajućeg rednog broja.
Svaki zadatak početi na novom listu. Redosled izrade zadataka nije bitan.

Studenti koji rade samo II kolokvijum rade zadatke 1 do 6. Kolokvijum traje 3 sata.
Studenti koji rade integralni ispit rade zadatke 1 do 8. Ispit traje 3 sata i 15 min.

1. zadatak (25 poena)

Dat je kontinualan LTI sistem

$$\frac{d^4 y(t)}{dt^4} - y(t) = x(t)\,.$$

a) [10] Primenom Laplasove transformacije, odrediti impulsni odziv sistema.

b) [10] Ako je $x(t) = Ae^{at}\cos(\omega_0 t)$, dokazati da ustaljeni odziv čija je prenosna funkcija $H(s)$ iznosi $y_{us}(t) = Ae^{at}\left(\mathrm{Re}\{H(s_0)\}\cos(\omega_0 t) - \alpha \mathrm{Im}\{H(s_0)\}\sin(\omega_0 t)\right)$, gde je $s_0 = \alpha + j\omega_0$. Odrediti α.

c) [5] Odrediti ustaljeni odziv datog sistema ako je $x(t) = e^{2t}\left(1+\cos(2t)\right)$.

2. zadatak (35 poena)

Diskretni sistem sa dva izlaza je opisan sistemom diferencnih jednačina

$$\begin{aligned} y_1[n] - y_2[n-2] &= x[n] \\ y_2[n] - y_1[n-2] &= 0 \end{aligned}.$$

a) [10] Odrediti impulsni odziv primenom Z-transformacije.

b) [10] Odrediti ustaljeni odziv ako je $x[n] = 3\cdot\cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$.

c) [15] Odrediti sopstveni i prinudni odziv ako je $y_1[0] = y_2[1] = 0$, $y_1[1] = y_2[0] = 1$ i $x[n] = 2^n \mathrm{u}[n]$.

3. zadatak (10 poena)

Neki kauzalni, linearni vremenski nepromenljivi kontinualni sistem, ima frekvencijsku karakteristiku:

$$H(j\omega) = \frac{1}{3+j\omega}$$

Kada se pobudi signalom $x(t)$, odziv sistema je:

$$y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$$

Odrediti pobudni signal $x(t)$.

4. zadatak (10 poena)

Na ulaz nekog kauzalnog, stabilnog, linearnog vremenski nepromenljivog diskretnog sistema doveden je signal $x[n] = \left(\frac{4}{5}\right)^n u[n]$. Izlazni signal iz sistema je $y[n] = n\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n]$. Odrediti frekvencijsku karakteristiku sistema $H(e^{j\Omega})$ i diferencnu jednačinu koja povezuje ulazni signal $x[n]$ i izlazni signal $y[n]$.

5. zadatak (10 poena)

Signal $y(t)$ je dobijen množenjem dva signala ograničenog spektra $x_1(t)$ i $x_2(t)$, $y(t) = x_1(t)x_2(t)$:

$$X_1(j\omega) = 0, \text{za } |\omega| > \omega_1,\ X_2(j\omega) = 0, \text{za } |\omega| > \omega_2$$

Zatim je izvršena diskretizacija signala $y(t)$ po vremenu, korišćenjem idealnog impulsnog odabiranja. Odrediti opseg vrednosti periode odabiranja za koji se dobija korektna rekonstrukcija signala $y(t)$ iz njegovih odbiraka.

6. zadatak (10 poena)

Polazeći od pravougaonog signala:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \le n \le 5 \\ 0, & n < 0, n > 5 \end{cases}$$

dobijen je signal:

$$g[n] = x[n] * x[n-n_0] = \begin{cases} n-1, & 2 \le n \le 7 \\ 13-n, & 8 \le n \le 12 \\ 0, & n < 2, n > 12 \end{cases}$$

Odrediti vrednost n_0. Odrediti $X(z)$, a zatim, korišćenjem osobina z transformacije pomerenog signala i konvolucije, odrediti $G(z)$.

****
****

7. zadatak (30 poena)

Sistem je opisan diferencnom jednačinom

$$y[n] - y[n-3] = x[n]$$

Ukoliko je sistem bio u stanju mirovanja za $n < 0$, primenom konvolucije odrediti odziv na pobudu

$$x[n] = u[n].$$

Poznat je identitet: $\sum_{m=0}^{n} \cos nx = \dfrac{\sin \frac{n+1}{2} x \cdot \cos \frac{n}{2} x}{\sin \frac{x}{2}}$

8. zadatak (10 poena)

U obradi eksperimentalnih rezultata često se koristi pokretno usrednjavanje opisano relacijom:

$$y[n] = \frac{1}{2n_0+1} \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k]$$

Ispitati da li je ovakav sistem za usrednjavanje linearan i vremenski nepromenljiv. Da li je ovaj sistem stabilan?