

REŠENI ZADACI SA ISPITNIH ROKOVA

--- jun 2007. godine ---

ZADATAK 1

a) Odrediti rešenje jednačine $404_X = 20_{100}$.

REŠENJE:

$$4X^2 + 4X^0 = 20 \cdot 100^1$$

$$X = 7$$

b) Odrediti rešenja jednačine $3_X = Y_{10}$.

REŠENJE:

$$Y = 3$$

$$X > 3$$

c) Odrediti decimalne vrednosti brojeva: 21_3 , 21_{13} i 21_{23}

REŠENJE:

$$2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 7$$

$$2 \cdot 13^1 + 1 \cdot 13^0 = 27$$

$$2 \cdot 23^1 + 1 \cdot 23^0 = 47$$

d) Odrediti rešenje jednačine u decimalnom brojnom sistemu ako je jednačina $12x+3=123$, data u brojnom sistemu sa osnovom 4.

REŠENJE:

$$(1 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0)x + 3 = 27$$

$$x = 4$$

e) Odrediti kvadratnu jednačinu u brojnom sistemu sa osnovom 3, ako su rešenja jednačine u decimalnom brojnom sistemu $x_1=3_{10}$ i $x_2=5_{10}$.

REŠENJE:

$$(x - x_1)(x - x_2) = (x - 10_3)(x - 12_3) = x^2 - 22_3x + 120_3$$

ZADATAK 2

a) Data je jednačina $5x^2 - 74x + 207 = 0$ i njeno jedno rešenje $x=11$. U kom brojnom sistemu je data jednačina i njeno rešenje.

b) Sledeće oktalne brojeve, 2335, 2167, 20, 0, predstaviti sa četiri cifre u u komplementu osnove i komplementu do maksimalne vrednosti.

REŠENJE:

Oktalni broj	Komplement osnove	Komplement do maksimalne vrednosti
2335	5443	5442
2167	5611	5610
20	7760	7757
0	0000	7777

c) Izvršiti sledeće operacije nad binarnim brojevima datim u komplementu osnove. Za predstavljanje rezultata operacija na raspolaganju je 4 bita. Odrediti da li dolazi do prekoračenja (*overflow*) prilikom izvršavanja operacije. U slučaju prekoračenja naznačiti $OF=1$.

0101+10, 100+100, 010-11, 11-1100.

REŠENJE:

$$\begin{array}{r} \text{ignoriše se} \quad \quad \quad 0101 \\ + 1110 \\ \hline \boxed{1}0011 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ignoriše se} \quad \quad \quad 1100 \\ + 1100 \\ \hline \boxed{1}1000 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ - 1111 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0010 \\ + 0001 \\ \hline = 0011 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 1100 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1111 \\ + 0100 \\ \hline \boxed{1}0011 \quad (OF=0) \end{array}$$

ignoriše se →

d) Izvršiti sledeće operacije nad binarnim brojevima datim u komplementu do maksimalne vrednosti. Za predstavljanje rezultata operacija na raspolaganju je 4 bita. Odrediti da li dolazi do prekoračenja (*overflow*) prilikom izvršavanja operacije. U slučaju prekoračenja naznačiti $OF=1$.

0101+10, 100+100, 010-11, 11-1100.

REŠENJE:

$$\begin{array}{r} 0101 \\ + 1110 \\ \hline \boxed{1}0011 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline = 0100 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ + 1100 \\ \hline \boxed{1}1000 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline = 1001 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ - 1111 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0010 \\ + 0000 \\ \hline = 0010 \quad (OF=0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 1100 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1111 \\ + 0011 \\ \hline \boxed{1}0010 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline = 0011 \quad (OF=0) \end{array}$$

e) Izvršiti sledeće operacije sabiranja dva neoznačena 8 bitna broja data u *BCD* kodu. Rezultate operacija predstaviti u Gray-ovom BCD kodu.

$$01011001 + 01111001, 01010111 + 01111001.$$

REŠENJE:

$$\begin{array}{r}
 0101 \ 1001 \ (59) \\
 + \ 0111 \ 1001 \ (79) \\
 \hline
 = \ 1 \ 0010 \ \text{rezultat sabiranja je veći od } 1001 \\
 + \ 0 \ 0110 \ \text{dodaje se korekcija } 0110 \\
 \hline
 = \ 1 \ 1000 \ \text{rezultat sabiranja nakon korekcije} \\
 + \ 0101 \\
 + \ 0111 \\
 \hline
 = \ 1101 \ 1000 \ (\text{korekcija} + 0110) \\
 + \ 0110 \\
 \hline
 = \ 1 \ 0011 \ 1000 \ (138)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0101 \ 0111 \ (57) \\
 + \ 0011 \ 1001 \ (39) \\
 \hline
 = \ 1 \ 0000 \ (\text{korekcija} + 0110) \\
 + \ 0 \ 0110 \\
 \hline
 = \ 1 \ 0110 \\
 + \ 0101 \\
 + \ 0011 \\
 \hline
 = \ 1001 \ 0110 \ (96)
 \end{array}$$

ZADATAK 3

a) Izvršiti operaciju množenja dva binarana broja data u komplementu osnove. Prikazati svaki korak operacije množenja.

$$1111 \times 1011$$

REŠENJE:

$$\begin{array}{r}
 1111 \times 1011 = 11111111 \\
 1111111 \\
 000000 \\
 + \ 00001 \\
 \hline
 \boxed{1}00000101
 \end{array}$$

ignoriše se →

b) Izvršiti sledeće operacije deljenja dva neoznačena broja data u odgovarajućim brojnim sistemima. Odrediti samo celobrojnu vrednost rezultata deljenja i ostatak deljenja.

$$110011_3 / 11_3$$

REŠENJE:

$$\begin{array}{r}
 110011_3 / 11_3 = 10001_3 \\
 \underline{-11} \\
 000 \\
 \underline{-00} \\
 000 \\
 \underline{-00} \\
 001 \\
 \underline{-00} \\
 011 \\
 \underline{-11} \\
 00
 \end{array}$$

ZADATAK 4

a) Na ulazu kombinacione mreže nalazi se 5-bitni binarni broj D . Projektovati kombinacionu mrežu koja na izlazu generiše signale $d_9, c_8, d_7, d_6, d_5, c_4, d_3, c_2$ i c_1 , gde signali na izlazima d_i predstavljaju informacione bite, tj. bite ulaznog 5-bitnog binarnog broja D , a c_i kontrolne bite sekvence date u *Hamming*-ovom kodu sa minimalnim rastojanjem 3.

REŠENJE:

$$c_8 = d_9$$

$$c_4 = d_7 \oplus d_6 \oplus d_5$$

$$c_2 = d_7 \oplus d_6 \oplus d_3$$

$$c_1 = d_9 \oplus d_7 \oplus d_5 \oplus d_3$$

b) Projektovati kombinacionu mrežu koja na izlazu generiše signal *Error*, aktivan na visokom logičkom nivou, ukoliko je došlo do greške u prijemu bilo kog sekvence $d_9c_8d_7d_6d_5c_4d_3c_2c_1$ na ulazu kombinacione mreže, i četvorobitni izlaz D_{kor} , koji predstavlja korigovane informacione bite. Verovatnoća pojave višebitnih grešaka je zanemarljiva. Na raspolaganju su logička kola proizvoljnog tipa. Težiti da realizacija bude minimalne kompleksnosti.

REŠENJE:

$$G_8 = c_8 \oplus d_9$$

$$G_4 = c_4 \oplus d_7 \oplus d_6 \oplus d_5$$

$$G_2 = c_2 \oplus d_7 \oplus d_6 \oplus d_3$$

$$G_1 = c_1 \oplus d_9 \oplus d_7 \oplus d_5 \oplus d_3$$

$$Error = G_8 + G_4 + G_2 + G_1$$

$G_8G_4G_2G_1$	$d_9d_7d_6d_5d_3$ (korigovana vrednost)
0000	$d_9d_7d_6d_5d_3$
0001	$d_9d_7d_6d_5d_3$
0010	$d_9d_7d_6d_5d_3$
0011	$d_9d_7d_6d_5\bar{d}_3$
0100	$d_9d_7d_6d_5d_3$
0101	$d_9d_7d_6\bar{d}_5d_3$
0110	$d_9d_7\bar{d}_6d_5d_3$
0111	$d_9\bar{d}_7d_6d_5d_3$
1000	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1001	$\bar{d}_9d_7d_6d_5d_3$
1010	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1011	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1100	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1101	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1110	$d_9d_7d_6d_5d_3$
1111	$d_9d_7d_6d_5d_3$

$$d_{9kor} = d_9 \oplus (G_8 \overline{G_4} G_2 \overline{G_1})$$

$$d_{7kor} = d_7 \oplus (\overline{G_8} G_4 G_2 G_1)$$

$$d_{6kor} = d_6 \oplus (\overline{G_8} G_4 G_2 G_1)$$

$$d_{5kor} = d_5 \oplus (\overline{G_8} G_4 \overline{G_2} G_1)$$

$$d_{3kor} = d_3 \oplus (\overline{G_8} \overline{G_4} G_2 G_1)$$

ZADATAK 5

Za logičko kolo, dato na slici 4, odrediti:

a) Logičku funkciju kola i režime rada svih tranzistora za sve kombinacije logičkih nivoa na ulazu kola. Rezultate prikazati tablično, tako da režimima rada tranzistora odgovaraju skraćenice DAR- direktan aktivan režim rada tranzistora, IZAS - inverzno zasićenje, IAR - inverzan aktivni režim, ZAS-direktno zasićenje, ZAK - zakočen.

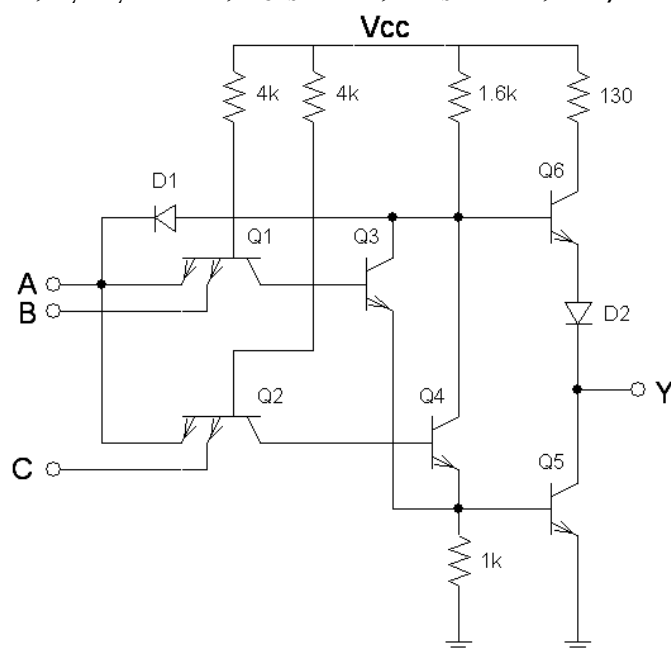
REŠENJE:

ABC	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Y
000	ZAS	ZAS	ZAK	ZAK	ZAK	ZAK	Z
001	ZAS	ZAS	ZAK	ZAK	ZAK	ZAK	Z
010	ZAS	ZAS	ZAK	ZAK	ZAK	ZAK	Z
011	ZAS	ZAS	ZAK	ZAK	ZAK	ZAK	Z
100	ZAS	ZAS	ZAK	ZAK	ZAK	DAR _{gr.prov.}	1
101	ZAS	IAR	ZAK	ZAS	ZAS	ZAK	0
110	IAR	ZAS	ZAS	ZAK	ZAS	ZAK	0
111	IAR	IAR	ZAS	ZAS	ZAS	ZAK	0

$$Y = \overline{B + C}$$

b) Odrediti strujne kapacitete kola kao i faktor grananja na izlazu kola pri naponima na izlazu kola V_{IL} i V_{IH} .

Poznato je: $V_{BE}=V_D=0.7V$, $V_{\gamma}=V_{\gamma D}=0.6V$, $V_{CES}=0.2V$, $V_{BES}=0.8V$, $50 \leq \beta_F \leq 70$, $V_{CC}=5V$, $0.1 \leq \beta_R \leq 0.3$.



Slika 4.

REŠENJE:

$$I_{cap_0} = \beta_{F \min} ((1 + \beta_{R \min}) \frac{V_{CC} - V_{BE5} - V_{BE4} - V_{BC2}}{4k} + \frac{V_{CC} - V_{BE5} - V_{CE4}}{1.6k} - \frac{V_{BE5}}{1k})$$

$$I_{cap_0} = \beta_{F \min} ((1 + \beta_{R \min}) \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_{BES} - V_{BE}}{4k} + \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_{CES}}{1.6k} - \frac{V_{BE}}{1k})$$

uzima se da je samo jedan od tranzistora Q₃ i Q₄ provodan.

$$I_{cap_1} = \frac{V_{CC} - V_{IH} - V_{D2} - V_{BE6}}{1.6k} + \frac{V_{CC} - V_{IH} - V_{D2} - V_{CE6}}{130} = \frac{V_{CC} - V_{IH} - V_D - V_{BES}}{1.6k} + \frac{V_{CC} - V_{IH} - V_D - V_{CES}}{130}$$

pod pretpostavkom da je tranzistor Q₆ pri naponu $V_Y = V_{IH}$ zasićen.

gde je $V_{IH} = V_{BE5} + V_{BE4} + V_{BC1} - V_{BE1} = V_{BES} + V_{BES} + V_{BE} (\sim V_Y) - V_{BE} (\sim V_{BES})$

$$I_{ul_0} = \frac{V_{CC} - V_{IL} - V_{BE1}}{4k} = \frac{V_{CC} - V_{IL} - V_{BES}}{4k}$$

$$I_{ul_1} = \beta_{R \min} \frac{V_{CC} - V_{BE3} - V_{BE5} - V_{BC1}}{4k} = \beta_{R \min} \frac{V_{CC} - V_{BE} - 2V_{BES}}{4k}$$

gde je $V_{IL} = V_{BE3} + V_{BC1} - V_{BE1} = V_Y + V_Y - V_{BES}$

$$N = \min \left[\frac{I_{cap_0}}{I_{ul_0}}, \frac{I_{cap_1}}{I_{ul_1}} \right]$$

ZADATAK 6

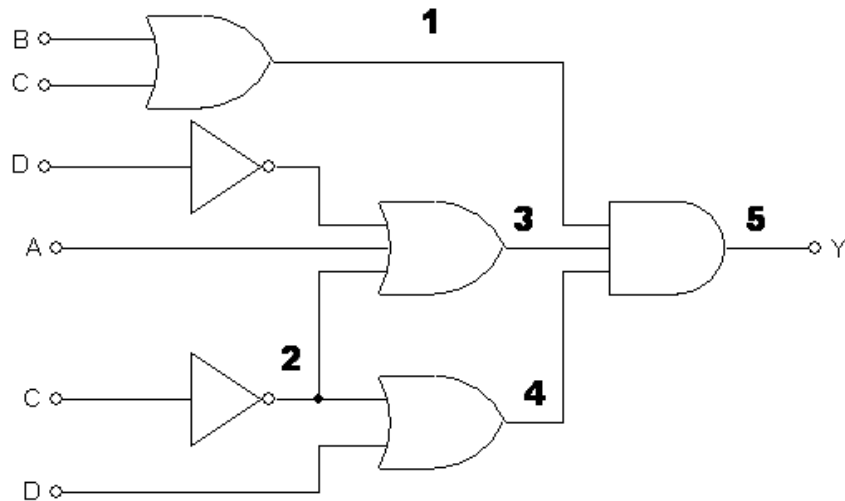
a) Data je logička funkcija $Y = (B + C)(A + \overline{C} + \overline{D})(\overline{C} + D)$. Da li i pri kojim prelazima postoji mogućnost generisanja lažnih jedinica ili nula na izlazu kola. Predpostaviti da je logička funkcija realizovana u formi u kojoj je i data, sa ILI i I kolima sa proizvoljnim brojem ulaza i invertorima.

REŠENJE:

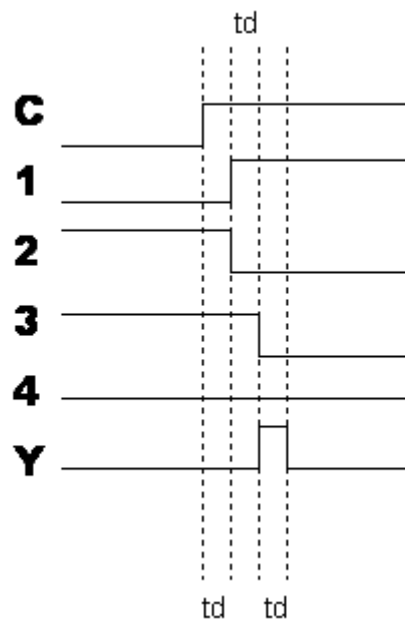
$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

b) Za kombinacionu mrežu koja realizuje logičku funkciju iz tačke a nacrtati vremenske dijagrame signala u relevantnim tačkama kola, za slučaj pojave statičkog hazarda.

REŠENJE:



posmatramo prelaz: **ABCD: 0001→0011**



c) Modifikovati logičku funkciju Y datu u tački **a** tako da nema mogućnosti pojave statičkih hazarda bilo kog tipa. Težiti da realizacija bude u minimalnoj formi.

REŠENJE:

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

$$Y_{\text{mod}} = (A + B)(B + D)(A + \bar{C})(\bar{C} + D)(B + C)$$

ZADATAK 7

a) Projektovati sinhroni brojač sa sekvencom brojanja $1 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$, sa ivičnim D flipflopovima koji nemaju asinhronu ulaze za direktan set i reset flipflop. Obezbediti da brojač izlazi iz zabranjenih stanja posle maksimalno jedne periode taktnog impulsa. Na raspolaganju su logička NI sa proizvoljnim brojem ulaza i $EXILI$ kola. Težiti da broj upotrebljenih logičkih kola bude minimalan.

REŠENJE:

$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2^+Q_1^+Q_0^+$	$D_2D_1D_0$
000	bbb	bbb
001	111	111
010	110	110
011	001	001
100	bbb	bbb
101	bbb	bbb
110	011	011
111	010	010

Jednačina pobude ulaza D_2 flipflopa određuje se na osnovu tabele.

Q_0 Q_2Q_1	0	1
00	b	1
01	1	0
11	0	0
10	b	b

$$D_2 = \overline{Q_1} + \overline{Q_2} \overline{Q_0} \text{ ili } D_2 = \overline{Q_2} \cdot Q_1 \oplus Q_0 = \overline{\overline{\overline{Q_2} \cdot Q_1 \oplus Q_0}}$$

Jednačina pobude ulaza D_1 flipflopa određuje se na osnovu tabele.

Q_0 Q_2Q_1	0	1
00	b	1
01	1	0
11	1	1
10	b	b

$$D_1 = Q_2 + \overline{Q_1} + \overline{Q_0} \text{ ili } D_1 = Q_2 + Q_1 \oplus Q_0 = \overline{\overline{\overline{Q_2} \cdot Q_1 \oplus Q_0}}$$

Jednačina pobude ulaza D_0 flipflopa određuje se na osnovu tabele.

Q_0 Q_2Q_1	0	1
00	b	1
01	0	1
11	1	0
10	b	b

$$D_0 = Q_2 \oplus Q_0$$

b) Modifikovati kolo iz tačke **a** tako da se u slučaju generisanja signala $START$ aktivnog na logičkoj nuli, brojač postavlja u početno stanje 6.

REŠENJE:

$$D_0' = D_0 \cdot START = \overline{\overline{D_0} \cdot \overline{START}}$$

$$D_1' = D_1 + \overline{START} = \overline{\overline{D_1} \cdot START}$$

$$D_2' = D_2 + \overline{START} = \overline{\overline{D_2} \cdot START}$$

c) Odrediti maksimalnu učestanost taktnih impulsa ako je vreme propagacije signala kroz logička kola proizvoljnog tipa 5ns, vreme propagacije signala kroz D flipflop 10ns i vreme postavljanja D flipflopa 2ns.

REŠENJE:

$$f_{CLK \max} = \frac{1}{2 \cdot t_{dlk} + t_{dff} + t_{su}}$$

d) Modifikovati kolo iz tačke **a** tako da sekvenca brojanja brojača bude $33 \rightarrow 39 \rightarrow 10 \rightarrow 14 \rightarrow 36 \rightarrow 33 \dots$

REŠENJE:

$Q_2Q_1Q_0$	$y_5y_4y_3y_2y_1y_0$
000	bbbbbb
001	100001
010	001010
011	100100
100	bbbbbb
101	bbbbbb
110	001110
111	100111

$$y_5 = Q_0$$

$$y_4 = 0$$

$$y_3 = \overline{Q_0}$$

Logičku funkciju izlaza y_2 određujemo na osnovu tabele.

$Q_0 \backslash Q_2 Q_1$	0	1
00	b	0
01	0	1
11	1	1
10	b	b

$$y_2 = Q_2 + Q_1 Q_0$$

Logičku funkciju izlaza y_1 određujemo na osnovu tabele.

$Q_0 \backslash Q_2 Q_1$	0	1
00	b	0
01	1	0
11	1	1
10	b	b

$$y_1 = Q_2 + \overline{Q_0}$$

Logičku funkciju izlaza y_0 određujemo na osnovu tabele.

$Q_0 \backslash Q_2 Q_1$	0	1
00	b	1
01	0	0
11	0	1
10	b	b

$$y_0 = \overline{Q_1} + Q_2 Q_0$$

